



DOI: 10.12086/oe.2020.190323

基于 Walsh 函数调制的单帧远场波前反演方法

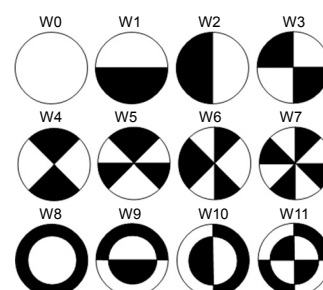
孔庆峰^{1,2,3,4}, 王 帅^{1,3*}, 杨 平^{1,3*},
林海奇^{1,3,4}, 刘 永², 许 冰^{1,3}

¹中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

²电子科技大学光电科学与工程学院, 四川 成都 610054;

³中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

⁴中国科学院大学, 北京 100049



摘要: 单帧远场图像重构波前像差的方法在结构简便性方面有独特的优势。然而, 传统的基于单帧远场图像的波前重构算法存在多解问题, 算法收敛过程容易陷入停滞。本文在分析单帧相位反演方法的多解问题成因的基础上, 提出了一种基于 Walsh 函数的二维离散相位调制的波前重构方法。此种方法可以有效地打破近场波前的对称性, 解决多解问题。仿真结果表明, 该方法只需一个远场图像就可以精确地重建波前像差。

关键词: 相位反演; 像差; 远场; 二维离散调制

中图分类号: TN247

文献标志码: A

引用格式: 孔庆峰, 王帅, 杨平, 等. 基于 Walsh 函数调制的单帧远场波前反演方法[J]. 光电工程, 2020, 47(6): 190323

Single-frame far-field wavefront retrieval method based on Walsh function modulation

Kong Qingfeng^{1,2,3,4}, Wang Shuai^{1,3*}, Yang Ping^{1,3*}, Lin Haiqi^{1,3,4}, Liu Yong², Xu Bing^{1,3}

¹Key Laboratory of Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²School of Optoelectronic Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China;

³Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

⁴University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: The reconstruction of wavefront from single far-field image data has unique advantages in simplicity of structure. However, the traditional wavefront reconstruction algorithm has multiple solutions based on single far-field image, its iterative process easily falls into stagnation. In this paper, based on the analysis of the multi-solution problem of single-frame phase retrieval method, a wavefront reconstruction method based on Walsh function two-dimensional discrete phase modulation is proposed. This method can effectively break the symmetry of

收稿日期: 2019-06-12; 收到修改稿日期: 2019-09-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61805251); 中国科学院青年创新促进会资助项目(2017429)

作者简介: 孔庆峰(1983-), 男, 博士研究生, 主要从事波前复原技术的研究。E-mail: kqfengxx@sina.com

通信作者: 王帅(1988-), 男, 博士, 副研究员, 主要从事新型波前探测技术的研究。E-mail: wangshuai@ioe.ac.cn

杨平(1980-), 男, 博士, 研究员, 主要从事自适应光学系统的研究。E-mail: pingyang2516@163.com

版权所有©2020 中国科学院光电技术研究所

near-field wavefront and overcome problem of multiple solutions. The simulation results show that the method can accurately reconstruct wavefront aberration with only one far-field image.

Keywords: phase retrieval; aberration; far-field; two-dimensional discrete modulation

Citation: Kong Q F, Wang S, Yang P, et al. Single-frame far-field wavefront retrieval method based on Walsh function modulation[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(6): 190323

1 引言

相位反演技术(Phase retrieval, PR)是一种通过已知的二维光强分布来恢复波前像差的方法。由于其检测精度高、环境要求低,它被广泛应用于激光质量评价^[1]、自适应光学^[2-3]、X射线相位对比成像^[4-5]、天文观测^[6-8]等领域。

Gerchberg-Saxton(GS)算法是经典的利用远场图像重构波前的复原算法,其结构简单,易于实现^[9]。GS算法利用远场和近场强度间的傅里叶变换关系来计算波前像差,但其算法在迭代过程容易陷入停滞。这种迭代停滞是由于实际的近场复振幅和它的旋转180°共轭复振幅在远场上具有相同的光强分布而产生的^[10]。因此,GS算法很容易收敛到局部最小伪解或两个全局最小模糊解之一^[11]。

Gonsalves提出了相位差(phase difference, PD)算法来克服GS算法的多解问题^[2],该算法通过添加一副离焦面光强分布信息来提高波前恢复的精度。然而,此方法需要使用两个CCD相机,牺牲了光学结构的简便性。

2008年,李敏、李新阳提出了一种基于线性相位反演的方法来解决单帧相位反演的问题,此方法对较小的像差有效^[12-13]。2010年,Meimon提出了一种基于单个图像重建波前的线性焦面反演算法,但该算法仅对低阶像差复原有效^[14]。Greenbaum在2016年提出了一种引入非冗余掩模(non-redundant mask, NRM)打破相位的符号不确定性的方法来重建单帧焦面图像的远场波前^[11]。然而,NRM进出光路的精度和探测装置的复杂性限制了该算法在实际波前探测中的应用。

为解决传统单帧反演算法的上述问题,本文提出了一种基于Walsh函数的二维离散相位调制的反演方法,打破了近场像差的旋转翻转对称性,通过调制后的特殊光强分布,可以快速恢复出原始波前的准确相位信息。

本文的结构如下:第二节着重分析了传统单帧相位反演方法的像差多解问题,并介绍了基于Walsh函数的二维离散相位片调制的波前复原算法的基本原理

和限定条件;在第三节中,通过仿真实验,比较了基于不同Walsh函数相位调制的复原结果;并在第四节对本文工作进行了总结。

2 基本原理

2.1 传统单帧相位反演方法的像差多解问题

当两组波前像差具有互为旋转180°复共轭关系时(类似于奇函数),它们将具有相同的远场光斑分布,即两个不同近场对应同一个远场光强分布。下面用数学表达式来分析此问题。

均匀光波入射下,通过振幅归一化,入射平面波复振幅可以表示为

$$E_{\text{near}}(x, y) = \exp[i\varphi(x, y)] \\ = \cos\varphi(x, y) + i\sin\varphi(x, y), \quad (1)$$

式中 $\varphi(x, y)$ 为近场相位。设 $\omega = ux + vy$ 。

远场复振幅可以通过近场复振幅的傅里叶变换获得,在忽略系数的情况下,可以表示如下:

$$E_{\text{far}}(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{\text{near}}(x, y) \exp[-i2\pi\omega] dx dy \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\cos\varphi(x, y) \cos(2\pi\omega) + \sin\varphi(x, y) \sin(2\pi\omega)] dx dy \\ + i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\sin\varphi(x, y) \cos(2\pi\omega) - \cos\varphi(x, y) \sin(2\pi\omega)] dx dy, \quad (2)$$

式中: (x, y) 和 (x_0, y_0) 分别是近场和远场的笛卡儿空间二维坐标, (u, v) 为频域坐标,其中 $u = x_0 / \lambda f$, $v = y_0 / \lambda f$, λ 为波长, f 为透镜焦距。

对式(2)中近场 $E_{\text{near}}(x, y)$ 进行180°旋转并取复共轭,此时近场可表示为

$$E'_{\text{near}}(x, y) = \exp[i\varphi'(x, y)] = \exp[-i\varphi(-x, -y)] \quad (3)$$

将式(3)带入式(2)取代 $E_{\text{near}}(x, y)$,根据三角函数公式和积分公式,可得远场复振幅为

$$E'_{\text{far}}(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \cos[\varphi(-x, -y)] \cos(-2\pi\omega) \\ + \sin\varphi(-x, -y) \sin(-2\pi\omega) \} d(-x) d(-y) \\ - i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \sin\varphi(-x, -y) \cos(-2\pi\omega) \\ - \cos\varphi(-x, -y) \sin(-2\pi\omega) \} d(-x) d(-y) \quad (4)$$

比较式(2)和式(4),根据积分对称性,两者实部相等、虚部符号相反,光强值为振幅的平方。因此,两组具有旋转 180°复共轭关系的波前具有相同的远场光斑分布,即:

$$|E'_{\text{far}}(x_0, y_0)|^2 = |E_{\text{far}}(x_0, y_0)|^2 \quad (5)$$

因此,利用单个远场光斑反演近场波前像差,算法就可能由于多解问题陷入停滞,得不到准确的波前相位信息。

2.2 二维离散像差调制

为了解决基于单帧焦面图像的相位反演算法的多解问题,一种可行的方法是打破近场波前相位的旋转对称性。如果采用连续像差进行波前调制,则相当于在待测波前的基础上叠加了一个波面,虽然可能对原来的两组旋转对称像差的远场光强一致性起到了破坏,但并不能解决多解问题。

Wang 于 2009 年首次提出了利用 Walsh 函数来表征离散二元像差的模式,如图 1 所示^[15-16],此组函数的黑白区间总面积相等。这些图案与传统连续像差具有明显不同的分布方式。

如果以这些离散图案制作成相位片,即黑色区域相对白色区域具有相位台阶,将其置于光路中,则有可能打破原有近场相位的旋转对称性。由此本文提出了一种基于 Walsh 函数调制的波前复原方法,其光路系统如图 2 所示。在近场插入一片带有相位台阶的相

位片,其具有类似图 1 的空间分布方式。通过此相位片的空间调制后,波前经过透镜聚焦到相机靶面。

假设相位片附加的离散像差为 $\Delta\varphi(x, y)$, 调制后远场复振幅可表示为

$$E_{\text{far}}(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \cos[\varphi(x, y) + \Delta\varphi(x, y)] \cos(2\pi\omega) + \sin[\varphi(x, y) + \Delta\varphi(x, y)] \sin(2\pi\omega) \} dx dy + i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \sin[\varphi(x, y) + \Delta\varphi(x, y)] \cos(2\pi\omega) - \cos[\varphi(x, y) + \Delta\varphi(x, y)] \sin(2\pi\omega) \} dx dy \quad (6)$$

当复振幅为式(3)所示的 180°旋转复共轭光场即相位为 $-\varphi(-x, -y)$, 调制后远场复振幅分布可表示为

$$E'_{\text{far}}(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \cos[-\varphi(-x, -y) + \Delta\varphi(x, y)] \cos(2\pi\omega) + \sin[-\varphi(-x, -y) + \Delta\varphi(x, y)] \sin(2\pi\omega) \} dx dy + i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \sin[-\varphi(-x, -y) + \Delta\varphi(x, y)] \cos(2\pi\omega) - \cos[-\varphi(-x, -y) + \Delta\varphi(x, y)] \sin(2\pi\omega) \} dx dy \quad (7)$$

比较式(6)和式(7),两者具有明显差别,一般情况下:

$$|E'_{\text{far}}(x_0, y_0)|^2 \neq |E_{\text{far}}(x_0, y_0)|^2 \quad (8)$$

但当 $\Delta\varphi(x, y)$ 为类似奇函数的情况下,也就是其满足 180°旋转翻转对称性时,即满足以下公式:

$$\Delta\varphi(x, y) = -\Delta\varphi(-x, -y) \quad (9)$$

将式(9)代入式(7),可得:

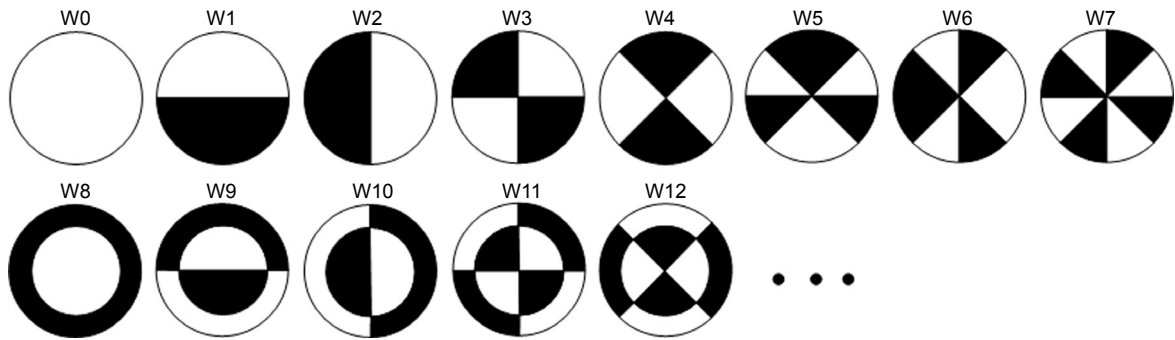


图 1 Walsh 函数分布

Fig. 1 Distribution of Walsh functions

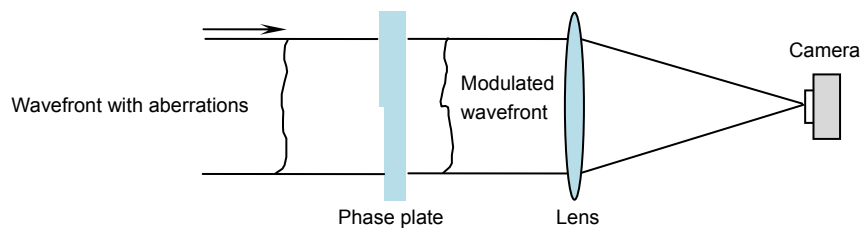


图 2 光学系统模型

Fig. 2 Optical system model

$$E'_{\text{far}}(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \cos[-\varphi(-x, -y) - \Delta\varphi(-x, -y)] \cos(-2\pi\omega) + \sin[\varphi(-x, -y) + \Delta\varphi(-x, -y)] \sin(-2\pi\omega) \right\} d(-x) d(-y) - i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sin[\varphi(-x, -y) + \Delta\varphi(-x, -y)] \cos(-2\pi\omega) - \cos[\varphi(-x, -y) + \Delta\varphi(-x, -y)] \sin(-2\pi\omega) \right\} d(-x) d(-y) \quad (10)$$

比较式(6)和式(10), 两者实部相等, 虚部符号相反, 即同样可以得到:

$$|E'_{\text{far}}(x_0, y_0)|^2 = |E_{\text{far}}(x_0, y_0)|^2 \quad (11)$$

因此可以得出, 当附加像差 $\Delta\varphi(x, y)$ 满足 180° 旋转翻转对称性时, 即使是离散相位调制也不能改变两组互为旋转复共轭波前具有相同远场光斑分布。

分别用正、负离焦像差和一对随机旋转复共轭随机像差为例, 来验证以上结论。其中正、负离焦像差可以看作特殊的旋转复共轭对。仿真模拟中, 透镜焦距为 500 mm, 波长 625 nm, 光束半径为 2 mm, CCD 像素尺寸为 $10 \mu\text{m}$, 相位片的相位台阶为 $\pi/2$ 。

图 1 所示的 Walsh 函数图形中, W1 与 W2、W3 与 W4、W5 与 W6、W9 与 W10、W11 与 W12 的调制效果相同, 所以针对前 12 阶 Walsh 函数, 我们只分析 W0、W1、W3、W5、W7、W8、W9、W11 对应的远场光斑, 结果如图 3 所示。图中第二列为 Walsh 函数相位片调制下正、负离焦像差的远场光斑, 第三列为一对随机旋转复共轭随机像差的相位调制远场光斑。其中 W0 即为没有近场调制的情况。从图中可以看出, W1、W5、W9 虽然对近场像差进行了调制, 产生了特殊的远场光斑结构, 但它们和 W0 一样, 调制后, 无论正、负离焦像差对还是随机旋转复共轭像差对的远场光斑都相同。W1、W5、W9 的相位恰好满足式(9)所述的 180° 旋转翻转对称性。而 W3、W7、W8、W11 则可以打破近场像差的旋转翻转对称性, 调制后, 正、负离焦像差对在远场的光斑不再相同, 随机旋转复共轭像差对的远场光斑也不再相同。图 3 的分析结果表明, 基于 Walsh 函数的相位调制可以有效打破近场像差旋转翻转对称性, 但其调制相位 $\Delta\varphi(x, y)$ 满足 180° 旋转翻转对称性的情况除外。

2.3 基于 Walsh 函数二维离散调制的相位反演算法

由式(1)可知, 远场复振幅可以近似看成近场复振幅的傅里叶变换:

$$E_{\text{far}}(x_0, y_0) = \mathcal{F}\{E_{\text{near}}(x, y)\} \quad (12)$$

式中 $\mathcal{F}$ 代表傅里叶变换。

当附加的离散像差为 $\Delta\varphi(x, y)$ 时,

$$E_{\text{far}}(x_0, y_0) = \mathcal{F}\{E_{\text{near}}(x, y) \exp(i\Delta\varphi(x, y))\} \quad (13)$$

对上式进行逆傅里叶变换, 可以得到:

$$E_{\text{near}}(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{E_{\text{far}}(x_0, y_0)\} \exp(-i\Delta\varphi(x, y)) \quad (14)$$

式中 $\mathcal{F}^{-1}$ 代表逆傅里叶变换。

具体的基于 Walsh 函数二维离散调制的相位反演算法流程如图 4 所示。首先设定待测波前初始值为 0, 之后通过二维调制, 计算得到远场光强, 比较计算所得光强与实际测得光强是否足够接近, 可用误差平方和(sum of squares due to error, SSE, 用 E_{SSE} 表示)来评价, 其公式表达式如下:

$$E_{\text{SSE}} = \sqrt{\frac{\iint [|E_{\text{far}}(x_0, y_0)| - \sqrt{I_{\text{far}}(x_0, y_0)}]^2}{\iint I_{\text{far}}(x_0, y_0)}} < \sigma \quad (15)$$

式中: E_{SSE} 是评价指标, σ 是评价因子, 通常设置为一个足够小的数字。当满足此条件时, 程序停止, 输出测试相位 $\varphi_{\text{near}}(x, y)$ 。

当不满足上述条件, 则用实际的远场强度分布的平方根 $\sqrt{I_{\text{far}}(x_0, y_0)}$ 代替计算得到的 $|E_{\text{far}}(x_0, y_0)|$, 通过得到的复振幅 E'_{far} 逆向计算, 求得近场光强复振幅。再通过实际近场强度分布的平方根 $\sqrt{I_{\text{near}}(x, y)}$ 代替计算得到的 $|E'_{\text{near}}|$ 。程序从初始开始循环, 直到满足式(15)的评价指标, 输出测试相位 $\varphi_{\text{near}}(x, y)$ 。

3 仿真实验

在本节中, 对基于 Walsh 函数二维调制波前复原方法的有效性和测量精度进行了数值仿真。与传统 GS 算法之间的对比仿真实验也被阐述。

仿真参数如下: 透镜焦距为 500 mm, 波长 625 nm, 光束半径为 2 mm, CCD 像素尺寸为 $10 \mu\text{m}$, 相位片的相位台阶为 $\pi/2$ 。评估标准 E_{SSE} 被设置为小于 10^{-6} 。如果 300 次迭代后不能达到判定标准, 程序循环将终止。

首先, 利用前 65 阶 Zernike 多项式生成了 PV 值为 2.5218 rad 和 RMS 值为 0.3719 rad 的随机波前像差, 如图 5 所示。

使用传统 GS 算法、基于 Walsh 函数 W3 的调制反演算法、基于 Walsh 函数 W5 的调制反演算法分别重构上述随机入射波前。

经过 300 次迭代后, GS 算法陷入停滞状态, 如图 6(a)所示。作为对比, 图 6(b)表明采用基于 W3 的调制反演算法仅经过 23 次迭代其 SSE 值就收敛到一个非常小的数值, 该值等于 0.0000011。图 6(c)显示, 基于

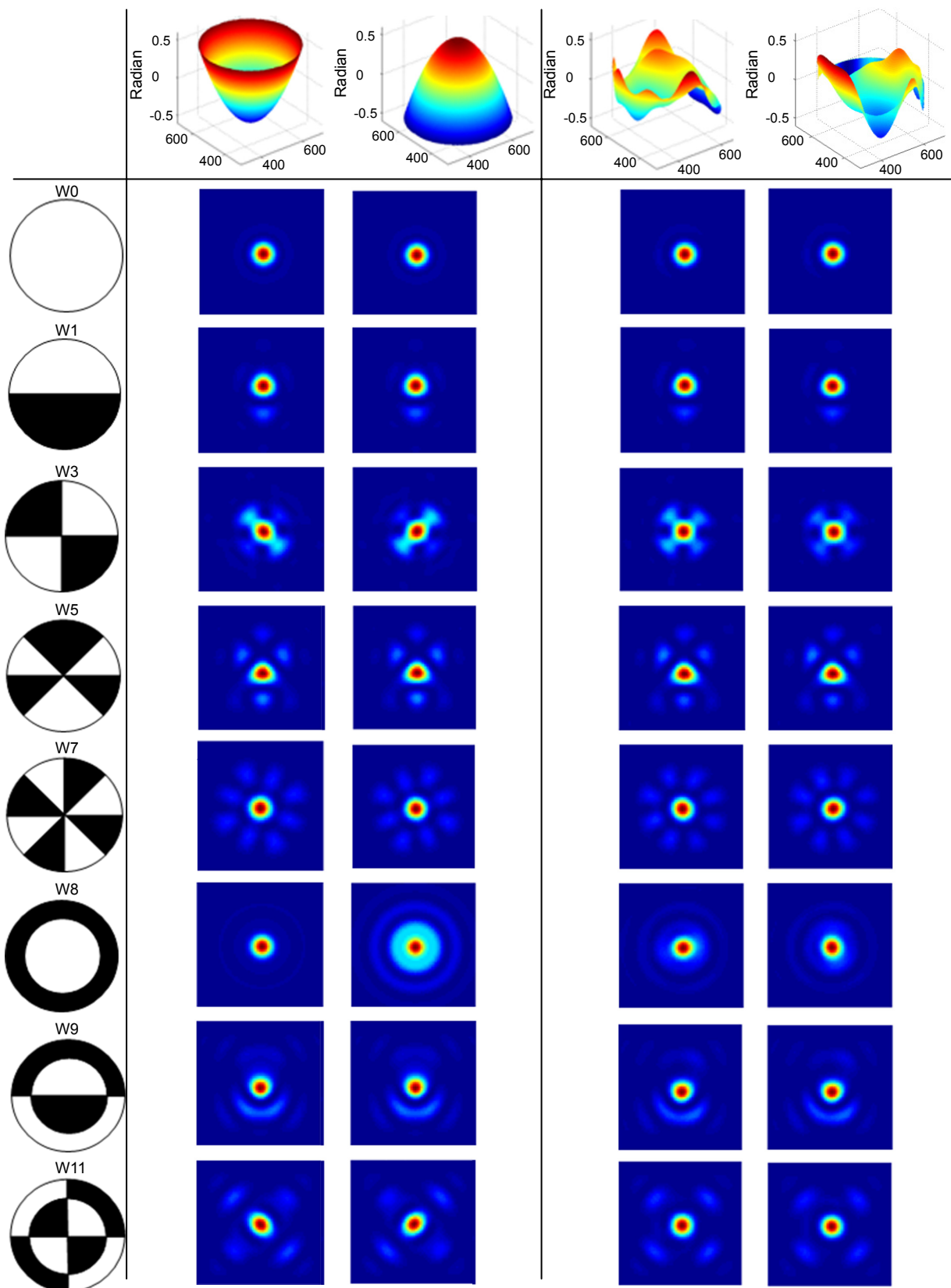


图 3 不同 Walsh 函数调制的远场光斑

Fig. 3 Far-field spot modulated by different Walsh functions

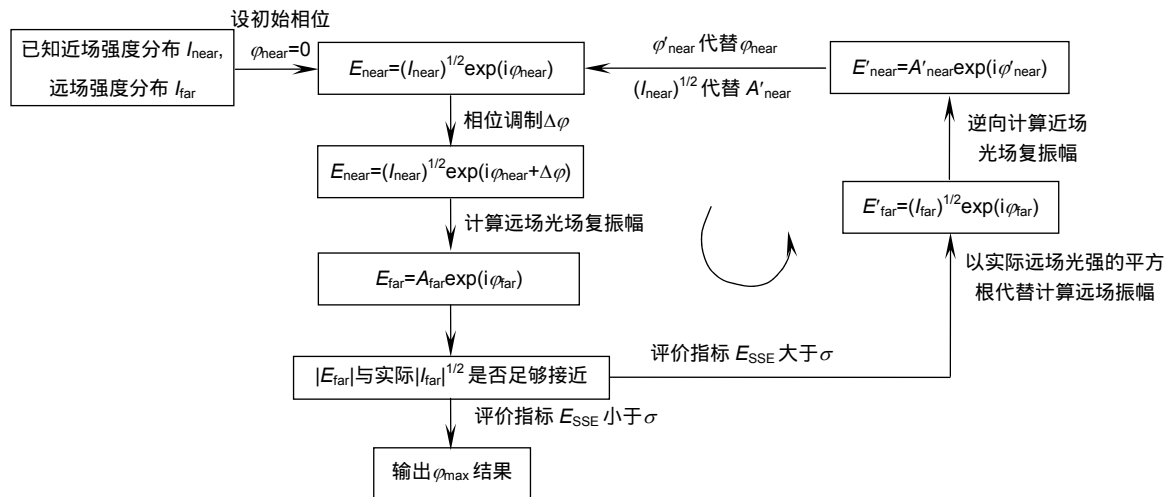


图 4 基于 Walsh 函数调制的相位反演算法流程图

Fig. 4 Flow chart of PR algorithm based on Walsh function modulation

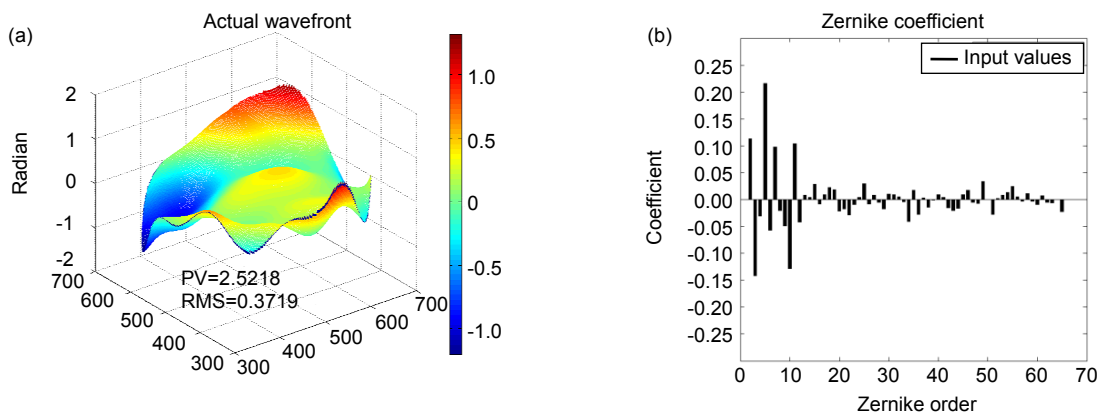


图 5 待测波前。(a) 波形；(b) Zernike 系数

Fig. 5 Test wavefront. (a) Waveform; (b) Zernike coefficient

W5 的调制反演算法同样陷入了停滞。图 6(d)所示, 传统 GS 算法的重构波前形状(PV=2.5428 rad, RMS=0.3719 rad)与输入波前形状显著不同, 但波前的 PV 值和 RMS 值与输入波前相差不大, 主要是因为复原波前相较于实际波前具有 180°旋转对称性, 这和第二节分析相同。图 6(e)是基于 W3 的相位调制法复原出的波前(PV=2.5289 rad, RMS=0.3715 rad), 其有待测波前非常吻合。而图 6(f)所示的基于 W5 复原出的波前与传统 GS 算法复原波前一样, 有待测波前具有明显差异。定义残余波前为复原波前与待测波前之差。图 6(g)中 GS 算法对应的残余波前(PV=2.9547 rad, RMS=0.5236 rad)和图 6(i)中基于相位片 W5 的残余波前(PV=2.8885 rad, RMS=0.519 rad)远远大于图 6(h)中基于相位片 W3 调制的复原残余波前(PV=0.0494 rad, RMS=0.0027 rad)。当复原波前用前 65 阶 Zernike 多项

式表示时, 可以看到基于 W3 的相位调制算法可以非常精确地重建波前, 并且几乎所有的输入波前细节都已恢复, 如图 6(k)所示。然而, 图 6(j)和 6(l)表明, GS 算法和基于 W5 的相位调制算法的复原波前 Zernike 系数与实际值之间存在明显的差异, 多个系数大小相等, 正负相反。从以上分析可以看出, 传统 GS 算法和基于 W5 调制的相位反演方法复原波前不够准确, 且复原过程容易陷入停滞。而基于 W3 调制的相位反演方法可以较快地准确复原出待测波前。这些结果进一步证明了第二节中的结论, 即在单个远场条件下基于 Walsh 函数相位调制的方法可以准确地复原波前, 但调制相位 $\Delta\phi(x, y)$ 满足 180°旋转翻转对称性的情况除外。

为了进一步验证以上结果, 利用 Zernike 多项式生成 10 个 65 阶随机输入波前, 用传统 GS 算法和本

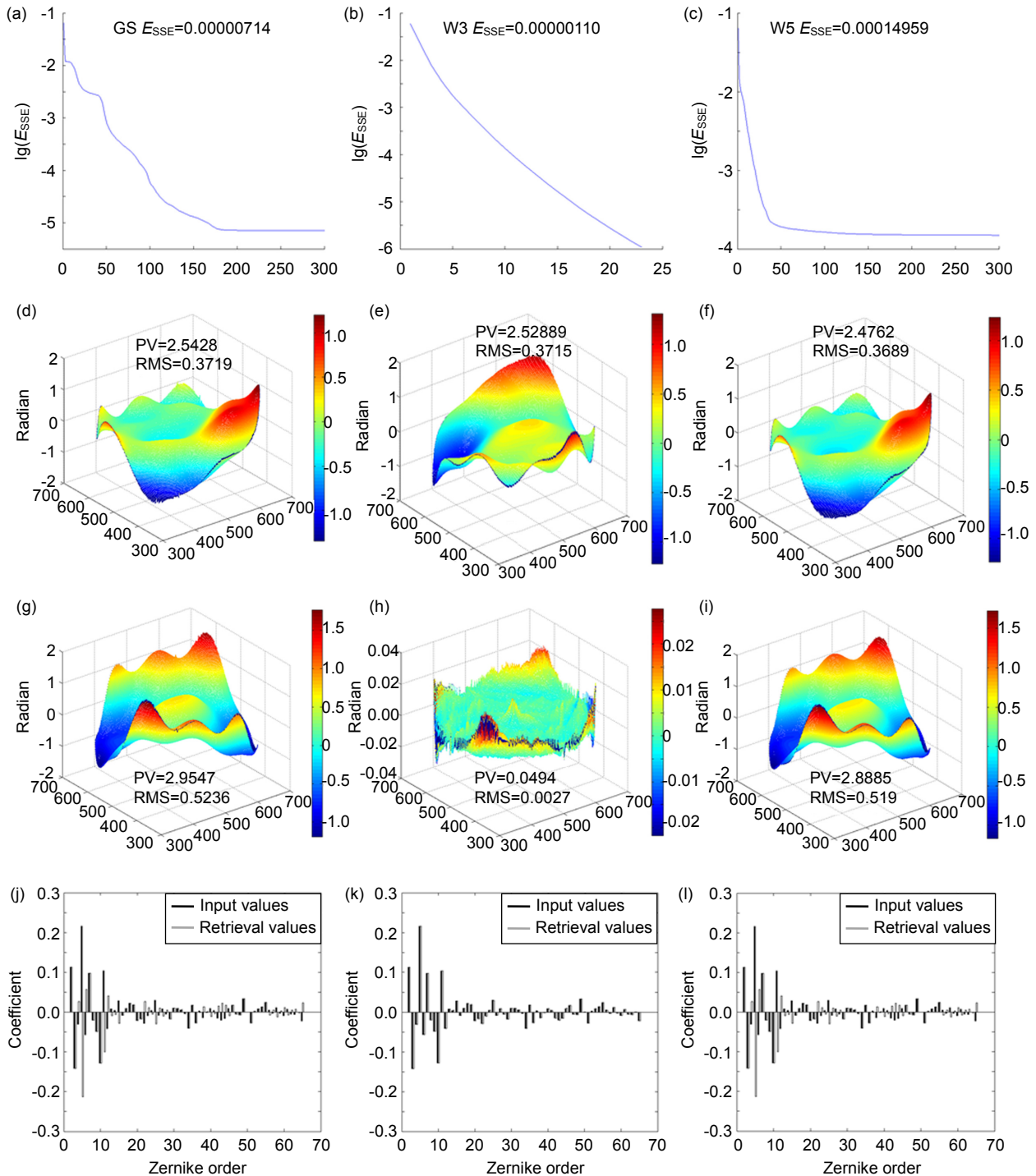


图6 波前重建结果。(a) GS 评估指标 E_{SSE} 的收敛曲线; (b) W3 调制评估指标 E_{SSE} 的收敛曲线; (c) W5 调制评估指标 E_{SSE} 的收敛曲线; (d) GS 算法的重构波前; (e) W3 调制的重构波前; (f) W5 调制的重构波前; (g) GS 的残余波前; (h) W3 调制的残余波前; (i) W5 调制的残余波前; (j) GS 的系数重构; (k) W3 调制的系数重构; (l) W5 调制的系数重构

Fig. 6 Wavefront reconstructed results. (a) The convergence line of evaluation index E_{SSE} of GS; (b) The convergence line of evaluation index E_{SSE} of W3 modulation; (c) The convergence line of evaluation index E_{SSE} of W5 modulation; (d) Reconstructed wavefront of GS; (e) Reconstructed wavefront of W3 modulation; (f) Reconstructed wavefront of W5 modulation; (g) Wavefront reconstruction residual error of GS; (h) Wavefront reconstruction residual error of W3 modulation. (i) Wavefront reconstruction residual error of W5 modulation; (j) Coefficient reconstruction of GS; (k) Coefficient reconstruction of W3 modulation; (l) Coefficient reconstruction of W5 modulation

文提出的分别基于 Walsh 函数 W1、W3、W5、W7、W8、W9、W11 的相位反演算法进行波前复原。迭代 E_{SSE} 评估曲线如图 7 所示, 可以看到传统的 GS 算法和基于相位片 W1、W5、W9 调制的反演算法容易陷入迭代停滞, 而基于相位片 W3、W7、W8、W11 调制的相位反演算法可以较快收敛。图 8 对复原的残余波前进行了对比, 数据显示, 基于 Walsh 函数 W3、W7、W8、W11 的相位反演算法波前残余误差相较于传统 GS 算法和基于 Walsh 函数 W1、W5、W9 调制的反演算法小得多。以上结论进一步证明了所提出方法的先

进性和其限定条件, 即单个远场下基于 Walsh 函数的相位调制反演算法可以准确复原波前, 但其调制相位 $\Delta\varphi(x, y)$ 满足 180° 旋转翻转对称性的情况除外。

为了验证不同相位台阶对二维离散调制方法的影响, 以四象限结构 W3 为例, 进行仿真, 评价指标 σ 为 $10E-7$, 相位台阶深度分别是 $\pi/5$ 、 $\pi/2$ 和 $7\pi/10$ 。对应的波前复原迭代曲线如图 9 所示, 可以看出在 $\pi/2$ 的相位台阶下, 整体复原效果最好, $\pi/5$ 效果稍好, 而绿色曲线 $7\pi/10$ 效果稍差一些, 但都能准确复原波前。相位台阶过小时, 调制效果不够明显; 过大时,

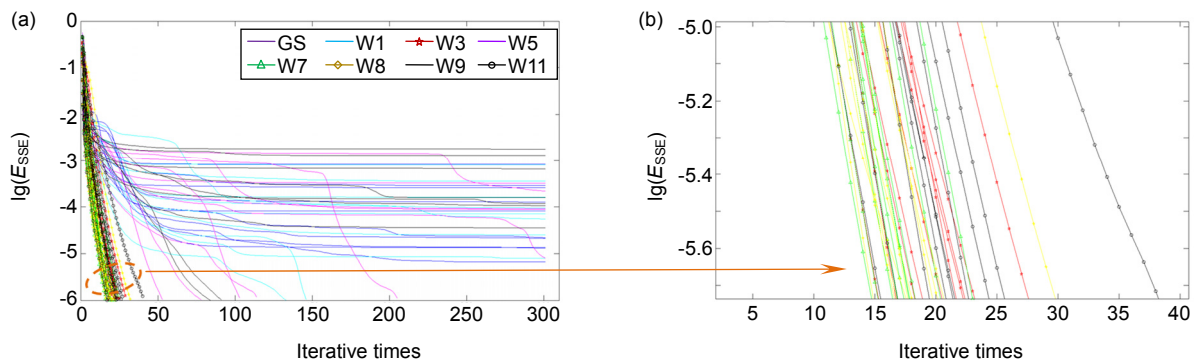


图 7 传统 GS 算法和 Walsh 函数调制算法的迭代曲线

Fig. 7 Convergence lines of traditional GS algorithm and Walsh function modulation algorithms

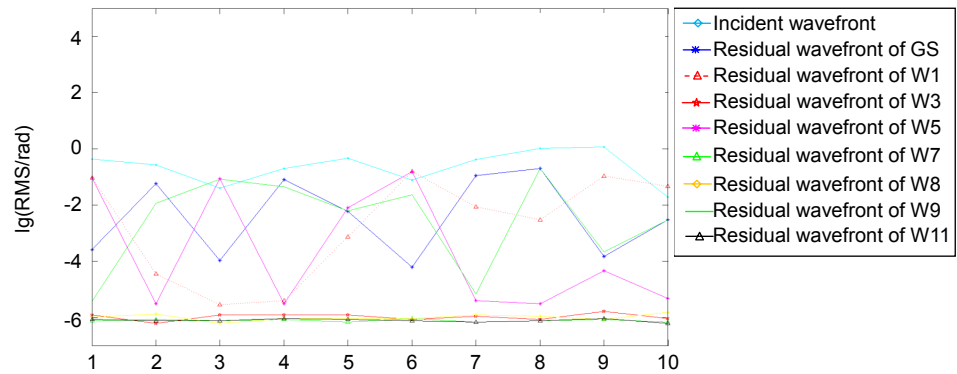


图 8 不同相位反演方法的残余波前 RMS 值比较图

Fig. 8 RMS value comparison diagram of residual wavefront of different PR methods

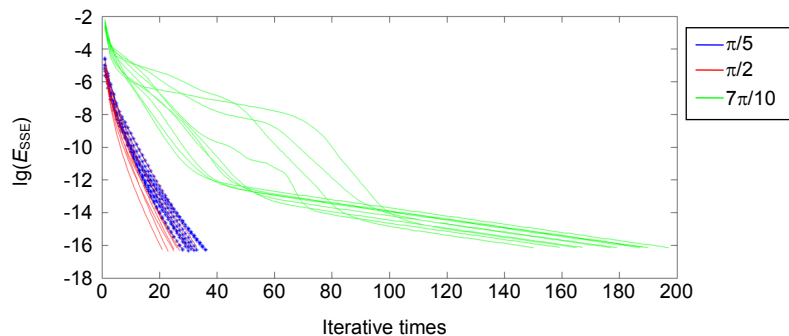


图 9 不同相位台阶下评价指标 E_{SSE} 的收敛曲线

Fig. 9 Convergence curve of evaluation index E_{SSE} under different phase steps

台阶效应较大,不利于复原波面。

4 结 论

本文详细分析了传统单帧反演算法的多解问题,提出了一种基于 Walsh 函数调制的波前重构方法。介绍了该方法的基本原理和限定条件,即调制相位本身应不具备 180° 旋转翻转对称性。通过仿真实验,比较了提出算法和传统 GS 算法的波前复原精度。结果表明,基于 Walsh 函数相位调制的波前反演算法在单帧远场图像条件下可以精确地复原出待测波前像差。当然,从相位调制片制作工艺难度和对波前尺寸的普适性角度来讲,实际应用中基于 W3 的四象限制调制方式将更有优势。

参考文献

- [1] Védrenne N, Mugnier L M, Michau V, *et al.* Laser beam complex amplitude measurement by phase diversity[J]. *Optics Express*, 2014, **22**(4): 4575–4589.
- [2] Gonsalves R A. Phase retrieval and diversity in adaptive optics[J]. *Optical Engineering*, 1982, **21**(5): 215829.
- [3] Jiang W H. Overview of adaptive optics development[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, **45**(3): 170489.
姜文汉. 自适应光学发展综述[J]. *光电工程*, 2018, **45**(3): 170489.
- [4] Wu J, Chen J B. A phase retrieval algorithm for X-ray phase contrast imaging[J]. *Optik*, 2013, **124**(9): 864–866.
- [5] Wu X Z, Yan A M. Phase retrieval from one single phase contrast X-ray image[J]. *Optics Express*, 2009, **17**(13): 11187–11196.
- [6] Fienup J R, Marron J C, Schulz T J, *et al.* Hubble Space Telescope characterized by using phase-retrieval algorithms[J]. *Applied Optics*, 1993, **32**(10): 1747–1767.
- [7] Hartung M, Blanc A, Fusco T, *et al.* Calibration of NAOS and CONICA static aberrations experimental results[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2003, **399**(1): 386–394.
- [8] Bao H, Rao C H, Tian Y, *et al.* Research progress on adaptive optical image post reconstruction[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, **45**(3): 170730.
鲍华, 饶长辉, 田雨, 等. 自适应光学图像事后重建技术研究进展[J]. *光电工程*, 2018, **45**(3): 170730.
- [9] Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 237–246.
- [10] Fienup J R, Wackerman C C. Phase-retrieval stagnation problems and solutions[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1986, **3**(11): 1897–1907.
- [11] Greenbaum A Z, Sivaramakrishnan A. In-focus wavefront sensing using non-redundant mask-induced pupil diversity[J]. *Optics Express*, 2016, **24**(14): 15506–15521.
- [12] Li M, Li X Y, Jiang W H. Small-phase retrieval with a single far-field image[J]. *Optics Express*, 2008, **16**(11): 8190–8197.
- [13] Li M, Li X Y. Linear phase retrieval with a single far-field image based on Zernike polynomials[J]. *Optics Express*, 2009, **17**(17): 15257–15263.
- [14] Meimon S, Fusco T, Mugnier L M. LIFT: a focal-plane wavefront sensor for real-time low-order sensing on faint sources[J]. *Optics Letters*, 2010, **35**(18): 3036–3038.
- [15] Wang F L. Wavefront sensing through measurements of binary aberration modes[J]. *Applied Optics*, 2009, **48**(15): 2865–2870.
- [16] Wang S, Yang P, Ao M W, *et al.* Wavefront sensing by means of binary intensity modulation[J]. *Applied Optics*, 2014, **53**(35): 8342–8349.

Single-frame far-field wavefront retrieval method based on Walsh function modulation

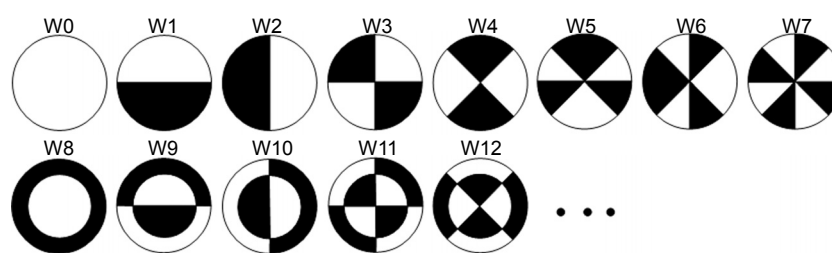
Kong Qingfeng^{1,2,3,4}, Wang Shuai^{1,3*}, Yang Ping^{1,3*}, Lin Haiqi^{1,3,4}, Liu Yong², Xu Bing^{1,3}

¹Key Laboratory of Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²School of Optoelectronic Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China;

³Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

⁴University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China



Distribution of Walsh functions

Overview: Phase retrieval (PR) is an iterative process of wavefront recovering from known intensity distribution. Owing to high detection accuracy and lower environment requirement, PR has become an attractive candidate to the wavefront sensor (WFS) in adaptive optics. With the development of computer speed, PR will have greater potentiality in active optic systems.

Gerchberg and Saxton proposed firstly the GS algorithm to recover the wavefront aberration. This algorithm can achieve typical convergence, but its iterative process easily falls into stagnation. For instance, the true pupil field $f(x,y)$ and its twin $f(-x, -y)$ have the same Fourier modulus, so the algorithm tries to recover both together and goes nowhere. For overcoming the two-fold ambiguity of GS algorithm, phase diversity (PD) algorithm was proposed by Gonsalves in 1979. However, this method introduces a defocused plane to increase the constrained intensity information to reconstruct the wavefront, which will sacrifice the simplicity. Löfdahl proposed PD sensor with a beam splitter to make the focus and defocused images be captured by one CCD. For the same purpose a PD sensor with a distorted diffraction grating was presented by Blanchard in 2000. Nevertheless, more complex structure, interaction of high frequency information and dynamic range of CCD limit the practical application of these methods in the PD.

In 2008, Min Li and Xinyang Li proposed a method based on the linear phase retrieval (LPR) to reconstruct small aberrations from a single far field image. In 2010, the linearized focal plane technique (LIFT) was presented by Serge Meimon, which is only effective for lower order aberration. Bing Dong et al demonstrated a hybrid phase retrieval algorithm using a combination of LPR and GS in 2015. The estimation result of LPR is used as a prior knowledge to speed convergence of GS. In this way, the higher order aberrations are basically recovered, but the problem of multiple solutions remains unsolved.

In order to solve the problems mentioned above in traditional single-frame phase retrieval algorithm, a feasible method is proposed to break the rotational symmetry of near-field wavefront phase. If continuous aberration is used for wavefront modulation, it is equivalent to adding a wavefront on the measured wavefront. This cannot solve the problem of multiple solutions.

A wavefront reconstruction method based on Walsh function two-dimensional discrete phase modulation is proposed in this paper. This method can effectively break the symmetry of near-field wavefront and overcome problem of PR multiple solutions. The basic principle and limitation of this method are introduced. The wavefront retrieval accuracy of the proposed algorithm is compared to the traditional GS algorithm through simulations and experiments. The results show that the wavefront retrieval algorithm based on phase modulation of Walsh function can accurately reconstruct the wavefront aberration under the condition of single far-field image.

Citation: Kong Q F, Wang S, Yang P, *et al.* Single-frame far-field wavefront retrieval method based on Walsh function modulation[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(6): 190323

Supported by National Natural Science Foundation of China (61805251) and Chinese Academy of Sciences Youth Innovation Promotion Agency (2017429)

* E-mail: wangshuai@ioe.ac.cn; pingyang2516@163.com