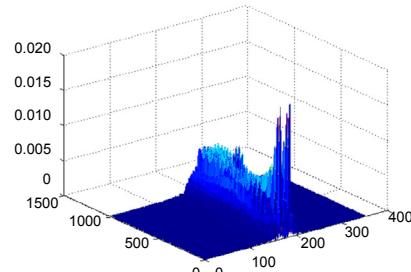




DOI: 10.12086/oee.2018.170739

弹性波能量集中器散射效应的FRFT分析

路向阳^{1*}, 孙丽娟¹, 方向前¹, 胡进², 贾丽娟²¹中原工学院电子信息学院, 河南 郑州 450007;²北京理工大学信息电子学院, 北京 100081

摘要: 由于弹性波传播动力学方程较复杂, 若通过材料参数设计控制弹性波的传播路径, 难以获得准确的设计结果。通常在对弹性波材料进行设计时, 需要根据实际情况(如高频条件), 对动力学方程进行简化或者近似才可以设计出基于弹性波的相应器件。由于这种设计方法的阻抗匹配和介质材料的无损要求难以满足, 使得在设计弹性波传播器件过程中出现散射现象, 而且往往散射的波形还是频变的信号, 因此, 在评价弹性波器件设计优劣时, 散射现象的大小标志着设计效果的好坏, 成为评价设计的手段和工具。但是, 散射现象往往仅根据肉眼观察, 难以准确地描述, 无法给出定量的结果进行说明。为此, 本文提出的分数阶 Fourier 变换(FRFT)对频变信号具有良好的聚焦特性, 可利用频率变化的调频率, 定量描述散射效应的大小, 给出弹性波传播控制散射效应的一种定量的描述方法, 降低散射程度认知的盲目性, 为简化材料介质参数的设计提供依据。

关键词: 传播控制; 散射效应; 集中器; 分数阶傅里叶变换

中图分类号: TN959

文献标志码: A

引用格式: 路向阳, 孙丽娟, 方向前, 等. 弹性波能量集中器散射效应的 FRFT 分析[J]. 光电工程, 2018, 45(6): 170739

Scattering effect analysis of elastic wave concentrator based on FRFT

Lu Xiangyang^{1*}, Sun Lijuan¹, Fang Xiangqian¹, Hu Jin², Jia Lijuan²¹Department of Electronic Information, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou, Henan 450007, China;²Department of Electronic Information, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract: The propagation equation of the elastic wave is more complicated than that of the electromagnetic wave. It is difficult to design medium parameters when controlling the direction of the elastic wave. In order to obtain precise results of elastic wave propagation, the equations were simplified or approximated to achieve the design effect, depending on the actual situation (such as high frequency). Therefore, as impedance matching and lossless dielectric material requirements are difficult to meet, the scattering phenomenon appears in the design of elastic wave propagation in the process of the device. Usually, and the scattering wave is variable frequency signal. It is a way and a tool in the evaluation of elastic wave device design, the size of the scattering phenomenon marks the design effect. The fractional Fourier transform (FRFT), which has good focusing characteristic, is adaptive to analyze frequency variation signal. The frequency change rate provides a quantitative description method of elastic scattering wave propagation control. This reduces the blindness of scattering degree of cognitive, simplifying the dielectric become evaluation of design.

收稿日期: 2017-12-30; 收到修改稿日期: 2018-04-09

基金项目: 河南省教育厅自然基金(15A140016); 河南省科技厅基础与前沿技术研究(62300410200)

作者简介: 路向阳(1973-), 男, 博士, 副教授, 主要从事信息安全与对抗, 电磁波调控的研究。E-mail: lu_xy2004@126.com

Keywords: propagation control; scattering effect; concentrator; fractional Fourier transform

Citation: Lu X Y, Sun L J, Fang X Q, et al. Scattering effect analysis of elastic wave concentrator based on FRFT[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(6): 170739

1 引言

在弹性力的作用下，某处物质粒子偏离了平衡位置，即粒子发生应力改变或者是产生振动，这种应力改变同时又会引起周围粒子的应力改变以及振动等，依次将这种应力改变和振动传递出去，这个过程就是弹性波的对外传播过程^[1]。而在对弹性波传播的控制和处理中，特别是一些特定条件下的需求，需要设计一种或者是多种具有特殊形态的波传播特性，以加强对某处的需求或者满足某些特定场合的需要。如电磁波领域的能量集中器、定向斗篷等^[2]，这种特殊形态的波传播特性可以通过对波传播的介质参数进行设计而得到，通过介质参数的设计实现改变波传播的方向和能量的分布，从而满足特定的需求。对于弹性波来说，其传播特性相对于电磁波，传播方程参数比较多，弹性波的集中器设计相比电磁波来说，难度更大。同时，这种设计本身就是利用传播材料的设计实现控制波传播方向或者能量分布，是一种典型的反问题。这类问题解的存在性、稳定性和唯一性等都不好确定，求解难度较大^[3]，而且很多场合很难获得直接的、良好的解。空间坐标变换概念为解决这些问题提供了新的途径。

信号采集、获取、处理等技术的发展为获取波传播特性提供了强大的工具，利用信号分析工具，得到反映波传播特性的信号特征，从而指导介质参数的设计，获得介质设计的信息，这样信号处理技术可以为改善介质参数的设计提供依据，毕竟信号的来源有其物理基础；同时为达到特定介质中的波传播特性，通过设计空间中介质的参数，实现特定的传播效果具有重要的意义，如为使材料中某一区域达到隐身效果，可以通过特定设计，使波绕过该区域。散射效应是波通过介质时其频率发生变化的情况。基于空间坐标变换方法，如 Tsang 和 Psaltis 等人设计的材料参数，为控制电磁波的传播路径，在电磁波的传播过程中，设计的参数出现阻抗难以合理匹配的问题，从而出现散射效应^[4-5]。散射效应出现的原因还有波在空间材料中传播时，要求传播方向上的参数是无偏变化的，即要求介质是连续的，而实际中难以获得这种效果，在两

种变化材料的交界面上容易出现吉伯斯现象，也会引起散射效应的产生。

散射效应的大小能够成为评价器件设计好坏的一个标准，但是这个标准仅仅是通过肉眼观察，难以给出定量的描述，特别是为简化参数设计，减少参数设计中的次要因素，需要对散射效应的大小进行定量评价，获得定量结果，以分析如何通过合理设计减少散射效应^[5]。由于目前没有对散射效应分析描述的工具，特别是在波传播的路径上材料的交界面(如材料边界)的参数分析，仅仅通过观察，难以获得准确的结果，盲目性很大。

信号处理工具的出现为这种散射效应的分析提供了强大的支持，如 Fourier 变换、分数阶傅里叶变换(fractional Fourier transform, FRFT)、小波变换等，特别是 FRFT，由于其具有良好的时频分辨特性，针对频变信息，为波传播过程中散射信号的分析奠定了基础。特别是由于在材料变化交界面出现的吉伯斯现象的散射效应，由于传播特性比较复杂，表现为信号的空间频率变化，利用 FRFT 能够获得信号频率变化的调频率以及信号聚焦时刻的最大匹配阶次，可以建立两者和信号之间的关系，散射效应较大时其频变也较大，从而分析评价波传播的材料设计的优劣。

2 弹性波能量集中器材料参数设计

弹性波的传播控制由弹性波动力学控制方程来表达，弹性波控制方程比较复杂，特别是在这种通过局部的参数调整，来达到控制整个全局的动力学特征的目的情况下，控制方程的处理就更加困难。在弹性波集中器的设计中，为了保证变换前后控制方程形式的不变性，采用于一阶近似的方程来描述。在这种情况下，尽管方程不是严格的近似，由于保证了其控制方程形式不变性仍然存在，所以可以采用坐标变换的方法进行控制。

对称的弹性张量的弹性动力学方程为

$$\nabla \sigma = -\omega^2 \rho u, \sigma = C \nabla u . \quad (1)$$

对于高频弹性波或传播频率比较慢的传播材料，为控制弹性波传播按照特定的方向、特定的形态进行，通过材料参数的设计来达到相应的目的。采用空间变

换的方法来设计控制弹性波传播的介质材料参数，得到弹性波传播控制的器件，方法如下：

利用波传播的空间映射，建立一个虚拟的空间，弹性波传播的物理量和虚拟空间中的每一点建立一一对应的关系。然后在虚拟空间中对点 X 进行两种运算，首先是对点 X 进行旋转角度，然后进行扩展，再将得到的结果和真实空间中的物理量进行对应，得到物理空间中的点 X' ，方程式为

$$x' = \lambda x \quad (2)$$

能量集中器是将入射波的能量通过一定方式在材料中的某一位置集中，以达到增强或者突出该位置的一种装置，这种具有良好能量聚集特性的装置可以应用于如太阳能电池等高能量环境中，以获取需要的能量。弹性波能量集中器就是在弹性波传播的过程中，在某些区域将能量集中起来，提高区域的能量密度，改变能量分布结构。由于弹性波是一种介质波，其特性相对于电磁波来说，材料参数更多，因此，弹性波集中器的设计更加复杂。

2006 年，Pendry 等人提出了空间坐标变换的方法进行参数设计^[2]，并在电磁波中得到良好的应用，在此基础上，Hu 等人提出了基于连续介质理论的波传播控制方法^[6]。设计方法说明如下。

2.1 基于空间坐标变换的设计方法

按照上述介绍的步骤，为建立弹性波集中器，首先建立一个虚拟的空间 Ω ，这个空间 Ω 由不同的点 X 组合而成，其次建立一个实数常量 λ ，并令 $\lambda < 1$ ，建立和物理量相对应的真实空间 Ω' ，并且建立 Ω' 中的点和虚拟空间中的点 X 之间的关系，将这种关系扩展到整个平面。利用空间变换的思想，只要能够保证在真实空间和虚拟空间中的映射不变，即特征方程的空间不变性，就能够得到真实空间的材料参数和虚拟空间的对应关系，通过这种关系能够获得利用各向同性材料设计的能量集中器^[7]。

这种空间对应的关系可以利用坐标映射的方法进行描述，如图 1 所示。建立一个张量空间关系 $B=A$ ，空间 A 中的张量可以利用单位空间的 Jacobian 变换乘以 λ 而建立，即 $A=\lambda I$ ，这样得到的张量空间 A 。其中的参数分量是常量，因此可以看作是 $A=B=\text{常量}$ 。

这种变换的张量是在空间一一对应的，由于满足空间特征方程的不变性，变换前和变换后的方程式的形式也是相同的，对应时由于材料参数的变化也是对应的关系，可以建立物理空间中材料参数的分布关

系，而且在物理实现是可以采用各向同性、均匀参数的介质来完成，不需要专用的材料，这类设计获得了弹性波的能量集中器，由于设计中方程的变换很容易得到良好的结果，但是在材料的设计中有些条件难以满足^[4]，容易存在散射效应，特别是在材料的边界位置。而连续介质理论则利用介质材料的连续性，避免了上述设计的缺陷，从而得到了更好的效果。

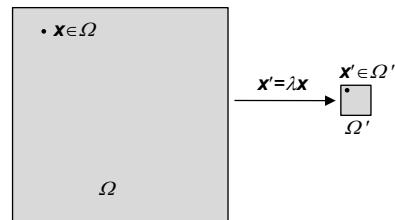


图 1 能量集中器空间变换的映射方法

Fig. 1 Mapping method for spatial transformation of energy concentrator

$$\begin{aligned} V_\sigma &= \text{diag}[a_1, a_2, a_3], & V_u &= \text{diag}[b_1, b_2, b_3] \\ V_c &= \text{diag}[c_1, c_2, c_3], & V_\rho &= \text{diag}[d_1, d_2, d_3] \end{aligned} \quad (3)$$

由连续介质理论可以得到^[4]

$$\frac{a^2}{bd} = \lambda, \quad \frac{a^2}{c^4 b} = \frac{1}{\lambda}, \quad a^2 b = \frac{1}{\lambda^{N-1}}, \quad (4)$$

式中： λ 称为比例因子；参数 N 表示空间的维数，如 $N=2, 3$ ，分别表示二维和三维的空间。通过这样的变换之后，材料参数的全局框架都可以由以下公式建立，如式(5)所示。

$$\begin{aligned} C' &= a^4 \lambda^N C, \rho' = a^4 \lambda^{N-2} \rho, \\ \sigma' &= a^2 R \sigma R^T, u' = a^{-2} \lambda^{1-N} R u. \end{aligned} \quad (5)$$

在局部保角变换条件下，式(5)给出了变换材料的参数设计结果，而且满足参数的模量和密度等物理量在真实的物理空间中是各向同性的，式(5)还表明，利用这种方法在设计中可以考虑阻抗的匹配效果，进而，在设计中实现材料参数的阻抗匹配，材料变换后的参数方程为 $C' = \lambda C$ ， $\rho' = \rho / \lambda$ 。如对于垂直入射的 P 和 S 波来说，胡进等人给出了其材料参数的阻抗匹配条件，进行阻抗匹配后的方程如式(4)，即 $C' = \lambda C$ ， $\rho' = \rho / \lambda$ 。上述公式也说明式(3)的结果可以很容易地利用式(4)变换得到。带入到相应的材料参数中，就能够得到满足要求的弹性波能量集中器。

2.2 弹性波能量集中器的仿真分析

利用式(4)和式(5)构建材料参数框架，并利用有限

元多物理场仿真软件 COMSOL MULTIPHYSICS 的结构力学部分方法分别对上述两种设计进行仿真，仿真的结果表明，这两种方法都能够实现弹性波能量集中器的设计，设计的材料参数也是可以利用简单的各向同性材料实现，其计算域截面图如图 2 所示，以 P 波为例，背景采用钢结构。

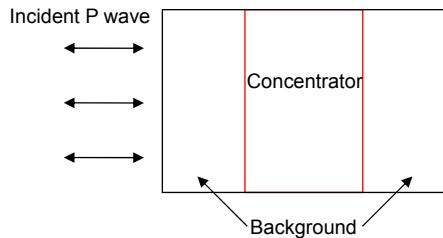


图 2 弹性波集中器变换方法的计算域

Fig. 2 The computational domain of the elastic wave concentrator transformation method

从数值上来看，其仿真结果如图 3 所示。仿真中的尺度因子 $\lambda=1/4$ ，其背景介质是钢材料结构，结构参数分别是 $E=200 \text{ GPa}$, $\nu=0.33$ ，以及 $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$ 。仿真结果证明了设计的弹性波能量集中器的效果满足要求，从弹性波位移矢量和能量的集中程度来看，也能够集中到设计的相应区域。结果表明，两种设计方法得到的弹性波能量集中器能够将位移和能量集中到相应位置。同时仅从肉眼观察，也发现空间坐标变换方法设计的弹性波能量集中器有明显的发散，收集的能量也不是均匀分布的；而利用连续介质理论的变换方

法由于考虑到变换过程中的阻抗匹配等因素，弹性波能量集中器的散射效应相对比较小，不管是位移还是能量，这种设计效果都好于空间坐标变换的方法，连续介质理论的坐标变换方法的应用价值更高。

3 弹性波能量集中器散射现象的信号处理分析

3.1 FRFT

Fourier 变换的提出建立了信号频域和能量分布的关系，提供了一种分析描绘信号特征的新视角，在信号处理中得到广泛的应用。Fourier 变换对分析、处理平稳信号具有很好的聚焦特性，对于频变信号来说，由于频率的变化，频带范围变宽，处理这种非平稳的信号，Fourier 变换具有很大的局限性，特别是针对非平稳信号的处理。基于 Fourier 变换的更多变形的方法不断涌现，如短时 Fourier 变换、小波变换等^[8]，在不同的领域得到良好的应用，而处理频变信号的 FRFT 方法，由于其对 Chirp 信号具有良好的聚焦性，得到了更多的关注。FRFT 最初在光学处理中应用，Namias 将这种方法引入到信号处理中，一个信号 $x(t)$ 的 FRFT 可以定义为^[9-10]

$$X_p(u) = \left\{ F_p[x(t)] \right\}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot K_p(t, u) dt \quad , \quad (6)$$

其中： $p=\alpha\pi/2$ 为变换阶次， α 为旋转角度， $F_p[\cdot]$ 为变换的算子符号， $K_p(t, u)$ 为变换核：

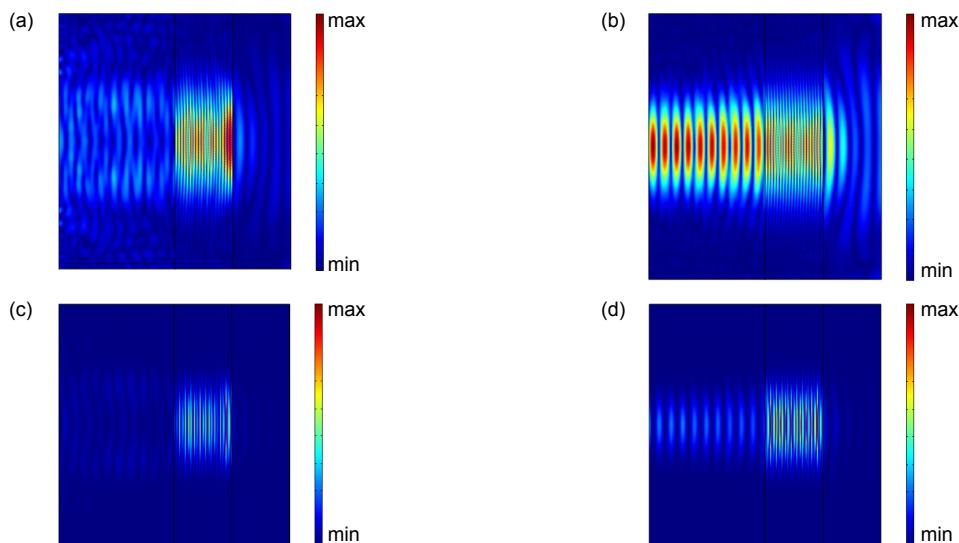


图 3 弹性波能量集中器两种设计方法得到的位移和能量分布结果。(a), (b) 分别表示空间坐标变换和连续介质坐标法设计的位移分布；(c), (d) 则是这两种方法设计的能量密度分布结果

Fig. 3 Results of displacement and energy distribution obtained by two design methods of elastic wave energy concentrator. (a), (b) are the displacement distribution that designed by spatial coordinate transformation and continuous medium coordinate method, respectively; (c), (d) are the energy density distribution results of the above two methods, respectively

$$K_p(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1 - j \cdot \cot \alpha}{2\pi}} \\ \cdot e^{\left(j \frac{t^2 + u^2}{2} \cot \alpha - j \cdot u \cdot t \cdot \csc \alpha\right)} & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u), & \alpha = (2n \pm 1)\pi \end{cases} \quad (7)$$

这种分析处理方法表明信号 $x(t)$ 被变换到以变换核函数为 $K_p(t, u)$ 的空间上，这种变换核函数是变换 u 域内的一组正交的线性调频信号，即线性正交基，这时的 u 域有时也可以称为分数阶 Fourier 变换域。当 $p=1$ （即 $\alpha=\pi/2$ ）时，FRFT 的结果就变成了 Fourier 变换^[11-12]。

3.2 FRFT 相比短时 Fourier 变换的估计性能

波在介质中传播其实是能量传播的过程中，信号和信息出现了一定的变化，散射效应的存在即是体现这种变化的一种形式，通过分析波传播过程中信号的空间频率的变化，能够反映散射效应出现的大小，特别是介质设计不光滑，连续性不好的材料参数，波的传播过程中，空间信号的变化更大，频率变化也更频繁，分数阶 Fourier 变换的天然时频聚焦特性，对这种空间频率的变化信号具有良好的效果。并且从下面的

仿真结果来看，FRFT 相比短时 Fourier 变换来说具有更好的能量收敛性，拟合的结果也更好，针对任意给出的 4 次方程，分别对方程进行 FRFT 和短时 Fourier 变换拟合，图 4 描绘了 FRFT 方法和短时 Fourier 变换对于 4 次方信号的拟合效果，从信号的能量收敛性来看，需要拟合的 4 次方多项式方程式为

$$x(t) = \exp[j2\pi(100t^4 + 160t^3 + 10t^2 + 30t)] \quad (8)$$

FRFT 和短时 Fourier 变换的拟合仿真结果如图 4 所示，从信号能量分布来看，FRFT 的拟合效果具有更好的聚焦性，因此其对信号的拟合效果也将更好。由此得到 FRFT 的信号处理方法应用于散射效应分析，具有良好的效果。

3.3 弹性波能量集中器散射的 FRFT 分析

针对弹性波在介质中的传播信号特性，取图 3 方法设计的两种材料中的中间位置所对应空间信号，信号的原波形如图 5 所示。

图 6 给出了基于连续介质理论的坐标变换法设计的弹性波能量集中器和基于两种方法设计的空间频率变化情况，从图中可以看出，尽管这两种方法都能够得到能量集中的效果，但前一种设计的能量分布比较杂乱，说明在信号的传播过程中能量损失较大，后一

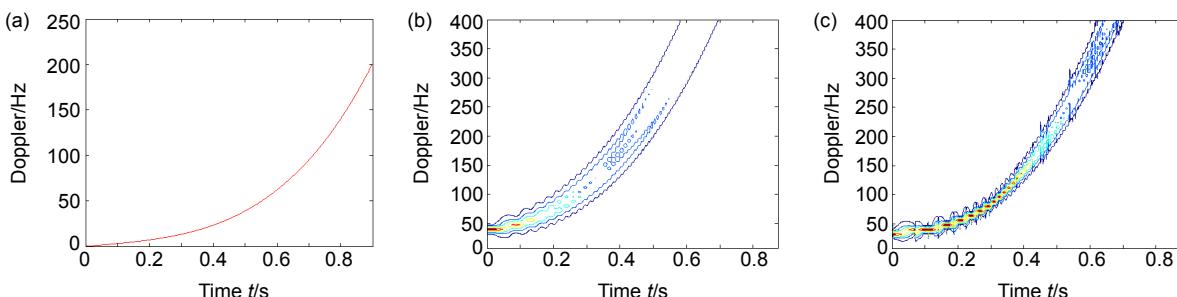


图 4 多项式的 FRFT 和短时 Fourier 变换的拟合效果。(a) 设计的原信号；(b) 原信号短时 Fourier 拟合结果；(c) 原信号的 FRFT 拟合

Fig. 4 Fitting effect of FRFT and short-time Fourier transform of polynomial. (a) Original signal; (b) Fitting result of short-time Fourier transform; (c) Fitting result of FRFT

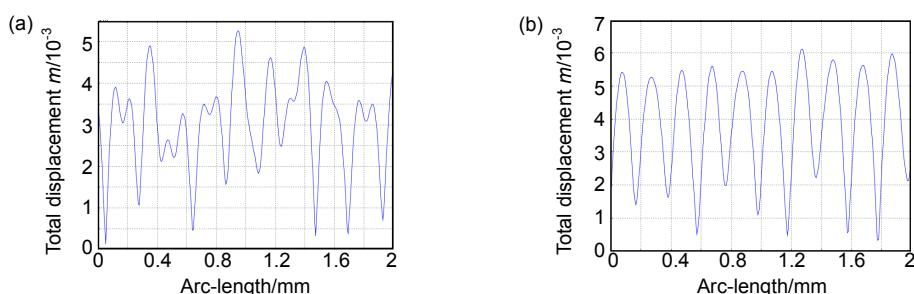


图 5 设计材料中间位置波形信号。(a) 基于空间坐标变换设计的空间波形；(b) 法基于连续介质设计的空间波形

Fig. 5 Intermediate position signal of the design material. (a) Spatial wave of coordinate transformation; (b) Spatial wave of continuous medium

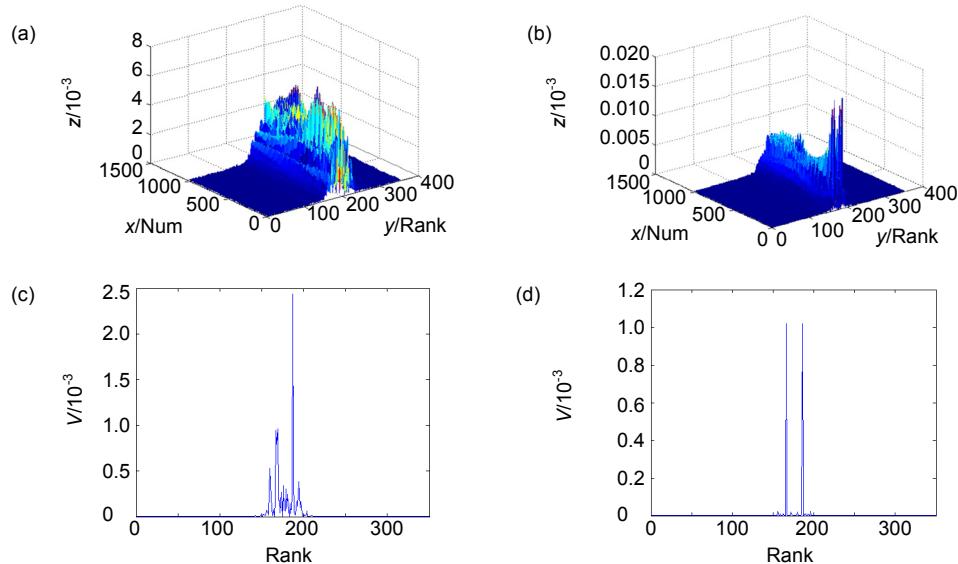


图 6 不同条件下的空间频域图。(a), (b) FRFT 变换能量三维分布; (c), (d) FRFT 最大阶次

Fig. 6 Spatial frequency domain diagram under different conditions. (a), (b) Three dimensional energy distribution of FRFT for spatial signal; (c), (d) Maximum order of FRFT

种方法设计的弹性波能量集中器能量集中度较好，说明后一种设计优于前一种，从最大阶次的分布也能够看出，后一种方法设计的集中器频率分量比较少，更集中。也说明后一种设计的散射效应较小，设计效果更好。从变化的数值来看，前一种变换设计的调频率为 145.7，而后一种设计的调频率仅为 0.41，也说明后一种设计要好于前一种。

4 结 论

利用空间坐标变换方法和连续介质变换的方法分别设计了弹性波的能量集中器，尽管两种方法的设计都获得了能量和位移的集中效果，但是仿真结果表明，坐标变换方法设计的弹性波能量集中器无法作到阻抗的有效匹配，在设计中散射效应较大；而基于连续介质理论，利用几何约束和能量约束计算变换关系，设计的弹性波能量集中器效果优于前者，散射效果也较小。而且这种约束方法的设计可以有很多种方案，变换图形不同，其方案也各不相同。为分析散射效应的大小，获得材料设计效果的定量描述，利用 FRFT 工具，对这种散射变化参数的信号处理分析。从仿真结果来看，FRFT 能够分析弹性波传播的信号空间频率的变化，利用其频率变化的调频率，能够分析材料参数设计的优劣，为评价设计方法提供支持。

参考文献

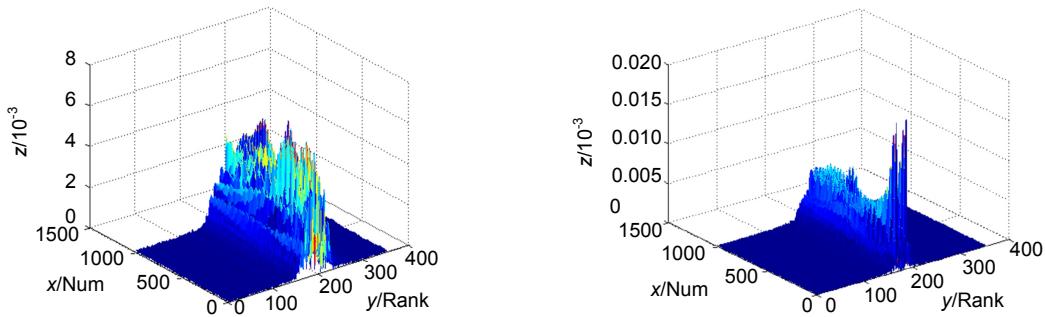
- [1] Liu X W. *Fundamentals of Elastic Wave Field–Theory*[M]. Qingdao: China Ocean University Press, 2008: 8–23.
刘喜武. 弹性波场论基础[M]. 青岛: 中国海洋大学出版社, 2008:
- [2] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling electromagnetic fields[J]. *Science*, 2006, **312**(5781): 1780–1782.
- [3] Kirsch A. *An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems*[M]. 2nd ed. Berlin: Springer, 2011: 53–76.
- [4] Hu J, Liu X N, Hu G K. Constraint condition on transformation relation for generalized acoustics[J]. *Wave Motion*, 2013, **50**(2): 170–179.
- [5] Xie D M, Yu M, Peng Z J, et al. High dynamic range imaging method based on image content adaptive matrix completion[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, **44**(11): 1056–1065.
谢登梅, 郁梅, 彭宗举, 等. 基于图像内容自适应矩阵完成的高动态范围成像方法[J]. 光电工程, 2017, **44**(11): 1056–1065.
- [6] Lu X Y, Hu J, Tao R. Enhanced fractional Fourier lens with isotropic transformation media[J]. *Optical Engineering*, 2013, **52**(6): 060501.
- [7] Yan M, Yan W, Qiu M. Invisibility cloaking by coordinate transformation[J]. *Progress in Optics*, 2009, **52**: 261–304.
- [8] Zhou J N, Li B C. Measurement of Si—OH content in fused silica with extended dynamic range by Fourier transform infrared spectroscopy[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, **44**(10): 997–1003.
周江宁, 李斌成. 傅里叶变换红外光谱测量熔石英中宽范围的 Si-OH 含量[J]. 光电工程, 2017, **44**(10): 997–1003.
- [9] Brun M, Guenneau S, Movchan A B. Achieving control of in-plane elastic waves[J]. *Applied Physics Letters*, 2009, **94**(6): 061903.
- [10] Cai W S, Chettiar U K, Kildishev A V, et al. Nonmagnetic cloak with minimized scattering[J]. *Applied Physics Letters*, 2007, **91**(11): 111105.
- [11] Fan Y Z, Lu X Y. Fractional Fourier analysis of elastic wave scattering in inhomogeneous materials[J]. *Optical Engineering*, 2016, **55**(11): 110501.
- [12] Xu Y, Feng H J, Xu Z H, et al. Analysis on stitching overlap pixel threshold of one-orbit multi-strip agile remote sensing imaging[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2017, **44**(11): 1066–1074.
许越, 冯华君, 徐之海, 等. 敏捷卫星同轨多条带成像拼接重叠像元数阈值分析[J]. 光电工程, 2017, **44**(11): 1066–1074.

Scattering effect analysis of elastic wave concentrator based on FRFT

Lu Xiangyang^{1*}, Sun Lijuan¹, Fang Xiangqian¹, Hu Jin², Jia Lijuan²

¹Department of Electronic Information, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou, Henan 450007, China;

²Department of Electronic Information, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China



Three dimensional energy distribution of FRFT for spatial signal

Overview: The elastic particles are deviated from the equilibrium position under the elastic force. The stress in the particle changes or produces vibration. This change at the same time leads to a stress change and vibration of the surrounding particles. The mechanism of the elastic wave is more complicated than that of the electromagnetic wave, because its propagation relies on medium. This is a typical inverse question. It is difficult to design medium parameters when controlling the direction of the elastic wave. In order to obtain precise results of elastic wave propagation, the equations were simplified or approximated to achieve the design effect, depending on the actual situation (such as high frequency). The elastic is widely used in many domains. In some space, the special demand is presented, such as the cloak. The objects enclosed inside this region cannot be impinged by the illumination light and hence are invisible to the outside observers. The concentrator is also applied to control the energy concentrated in a special zone, in order to highlight this domain. Therefore, as impedance matching and lossless dielectric material requirements are difficult to meet, the scattering phenomenon appears in the design of elastic wave propagation in the process of the device. It is a way and a tool in the evaluation of the elastic wave device design. The size of the scattering phenomenon marks the design effect. In some case, this is judged by our eyes. It is qualitative. Usually, the scattering wave is a variable frequency signal. The fractional Fourier transform (FRFT), which has good focusing characteristic, is adaptive to analyze frequency variation signal. It is a new attempt to transform the time and frequency domain to spatial frequency. The spatial signal in the propagation direction also has the same characters as the signal of time. The result of this transformation has turned the scattering problem into a signal analysis and processing problem. As this, the method of signal can be used to process these questions, such as the wavelet transform, Gabor transform and FRFT. Especially the FRFT, the focusing characters to the chirp signal, which can be used to analyses the spatial signal. The frequency change rate provides a quantitative description method of elastic scattering wave propagation control. With the FRFT, it reduces the blindness of scattering degree of cognitive, simplifying the dielectric become evaluation of design. This method is suitable for the signal of frequency changes, in many cases, the scattering is also complex, and it needs to analyze the reasons and characters of these phenomena and the corresponding method are brought.

Citation: Lu X Y, Sun L J, Fang X Q, et al. Scattering effect analysis of elastic wave concentrator based on FRFT[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(6): 170739

Supported by Natural Science Fund of Henan Province Ducion Department, application of fractional Fourier transform in scattering analysis of elastic waves (15A140016), and the basic and research fronts of Henan Province Science Department and Research on intelligent lubrication technology of railway track curve (62300410200)

* E-mail: lu_xy2004@126.com