



DOI: 10.12086/oe.2018.170737

## 基于主磁场不均匀的分数域磁共振成像方法

张彦山<sup>1\*</sup>, 庞栋栋<sup>2</sup>, 马鹏阁<sup>1</sup>, 王忠勇<sup>2</sup>, 邸金红<sup>1</sup><sup>1</sup> 郑州航空工业管理学院, 河南 郑州 450015<sup>2</sup> 郑州大学信息工程学院, 河南 郑州 450001

**摘要:** 现有核磁共振设备面对主磁场不均匀多是采取贴磁片等补偿磁场不均匀等硬件方法,但这给成像带来图像伪影,图像模糊等不良影响。针对磁共振成像中磁场不均匀的问题,提出了一种主磁场不均匀下的分数域磁共振成像方法。首先选择待成像活体组织的某一层,在该层上选择若干个点,测量该层面上的磁场强度大小,在磁共振成像原理的基础上,建立成像区域磁场强度分布模型,然后建立磁场的多项式模型,按照测量的磁场中是否存在明显的二阶分量可以将该多项式模型分为二阶多项式模型和高阶多项式模型;之后,将这两个模型分别代入磁共振的自由感应衰减(FID)信号中,对于二阶模型可以用分数阶傅里叶变换工具进行求解成像物体某一层面上的自旋密度函数,对于高阶模型需要通过求解代数方程的方法得到成像物体某一层面上的自旋密度函数,这样便建立了主磁场任意不均匀下的磁共振信号模型。实验结果表明,该方法达到与均匀主磁场下近似同样的效果。

**关键词:** 磁共振成像; 多项式模型; 自旋密度函数; 分数阶傅里叶变换

中图分类号: O436.3

文献标志码: A

引用格式: 张彦山, 庞栋栋, 马鹏阁, 等. 基于主磁场不均匀的分数域磁共振成像方法[J]. 光电工程, 2018, 45(6): 170737

## Fractional magnetic resonance imaging based on inhomogeneous main magnetic field

Zhang Yanshan<sup>1\*</sup>, Pang Dongdong<sup>2</sup>, Ma Pengge<sup>1</sup>, Wang Zhongyong<sup>2</sup>, Di Jinhong<sup>1</sup><sup>1</sup> Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou, Henan 450015, China;<sup>2</sup> School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450001, China

**Abstract:** The existing NMR equipment is uneven to face the main magnetic field, mostly adopts the hardware method of magnetic field compensation, such as magnetic field compensation, but it brings bad effects such as image artifact and blurred image. In view of the problem of magnetic field inhomogeneous in magnetic resonance imaging, a fractional domain magnetic resonance imaging (fMRI) method under the main magnetic field inhomogeneous is proposed. First, select a layer of living tissue to be imaged, select several points on the layer and measure the intensity of the magnetic field on the layer. Based on the principle of magnetic resonance imaging, establish the model of the magnetic field intensity distribution in the imaging area, and then establish. The polynomial model of the magnetic field can be divided into the second-order polynomial model and the higher-order polynomial model according to whether there is a significant second-order component in the measured magnetic field. Then, the two models are respectively substituted into the free-induction decay (FID) signals of the magnetic resonance. For the

收稿日期: 2017-12-30; 收到修改稿日期: 2018-03-15

基金项目: 河南省高校科技创新团队支持计划(17IRTSTHN014); 河南省科技攻关计划项目(172102210080)

作者简介: 张彦山(1984-), 男, 博士, 讲师, 主要从事信号处理的研究。E-mail: yanshan@bit.edu.cn

second-order model, the fractional Fourier transform tool can be used to solve the spin density function on one layer of the imaged object. The order model needs to obtain the spin density function at a certain level of the imaging object by solving the algebraic equation, thus establishing the MR signal model with any non-uniform main magnetic field. Experimental results show that this method achieves the same effect as the uniform main magnetic field.

**Keywords:** magnetic resonance imaging; polynomial model; spin density function; fractional Fourier transform

**Citation:** Zhang Y S, Pang D D, Ma P G, et al. Fractional magnetic resonance imaging based on inhomogeneous main magnetic field[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(6): 170737

## 1 引言

目前磁共振成像(magnetic resonance imaging, MRI)技术主要是在主磁场均匀情况下,再外加一个线性梯度场,对检测到的自由感应衰减(free-induction decay, FID)信号通过傅里叶变换将自旋密度或弛豫时间转换为灰度值。但是在主磁场不均匀的情况下会使液体吸收线加宽,最终生成的图像会产生伪影、分辨率低、信噪比低等不良效果。通常情况下,需要采用人工调试、加磁片等方式减缓磁场不均匀成像的负面效应,如加磁片等方式补偿;另一方面,为了提高磁场的均匀性一般还采用高强度的磁场强度,但是这两种方式都极大地增加了硬件成本,同时也浪费了人力资源<sup>[1-4]</sup>。

分数域信号处理是新型的信号处理方式,分数域信号处理包括分数阶傅里叶变换(FRFT),多项式相位的信号处理以及多种分数阶的信号处理工具<sup>[5-10]</sup>。本文将主磁场不均匀下的磁共振成像问题转化为分数域信号处理的问题,最终解决主磁场不均匀下的磁共振成像问题<sup>[11-12]</sup>。

## 2 磁共振中的傅里叶变换

在磁共振领域, MRI 用灰度值把自旋密度  $\rho$  作为空间坐标的函数表达为  $\rho(x, y, z)$ 。设一静磁场强度为  $B_0$ , 在这磁场上加一线性梯度场:

$$G = \left( \frac{\partial G}{\partial x}, \frac{\partial G}{\partial y}, \frac{\partial G}{\partial z} \right)。$$

因此在样品中沿梯度方向,不同位置就有不同的共振频率,通过拉莫尔公式得到

$$\begin{aligned} \omega_{(x,y,z)} &= \gamma B_0(1,1,1) + \gamma \left( x \frac{\partial G}{\partial x}, y \frac{\partial G}{\partial y}, z \frac{\partial G}{\partial z} \right) \\ &= (\omega_0 + \Delta\omega_x, \omega_0 + \Delta\omega_y, \omega_0 + \Delta\omega_z) \end{aligned}$$

其中:

$$\omega_0 = \gamma B_0, \Delta\omega_x = \gamma \cdot x \frac{\partial G}{\partial x},$$

$$\Delta\omega_y = \gamma \cdot y \frac{\partial G}{\partial y}, \Delta\omega_z = \gamma \cdot z \frac{\partial G}{\partial z}。$$

在实际中,线性梯度场是由梯度线圈  $g_x, g_y, g_z$  来产生的,而这些梯度场又是由开关电流控制的。上面三维梯度场成像也是一个三维的图像。为了得到二维的灰度图像,假设主磁场  $B_0$  方向为  $z$  轴方向,而梯度场

$$G = \left( \frac{\partial G}{\partial x}, \frac{\partial G}{\partial y}, 0 \right),$$

即在  $z$  轴方向没有梯度变化,在实际中,梯度场为  $G=(g_x, g_y, 0)$ 。

在样品上加一个  $90^\circ$ 射频脉冲时,产生的共振自由感应衰减(FID)信号,在时域上可以表示为

$$S(t) = \int \rho(r) \cdot e^{i(\Delta\omega + \gamma \cdot G \cdot r)t} dr, \quad (1)$$

其中  $\Delta\omega$  为频偏。

为了用傅里叶变换得到自旋密度函数,必须将检测到的 FID 信号变成虚拟二维信号形式;为了得到二维时间信号,用计算机控制高速继电器快速开关梯度线圈中的电流,在  $t_1$  时间段内加梯度场  $g_x$ , 然后关闭  $g_x$  磁场,打开  $g_y$ ; 在  $t_2$  时间段内加  $g_y$  梯度线圈,这样即可得到 FID 信号,然后依次重复该实验,在重复中保持  $t_2$  时间不变,不断变化  $t_1$  时间,这样就可以得到一个虚构的二维信号  $S(t_x, t_y)$ <sup>[13]</sup>。在上面实验的过程中主磁场一直保持加载,因此检测到的二维信号为

$$S(t_x, t_y) = \iint \rho(x, y) \cdot e^{i(\gamma B(1,1) + \gamma \cdot G \cdot r)[t_x, t_y]^T} dx dy, \quad (2)$$

展开即为

$$S(t_x, t_y) = \iint \rho(x, y) \cdot e^{i\gamma[(Bt_x + Bt_y) + (xg_x t_x + yg_y t_y)]} dx dy。 \quad (3)$$

当在主磁场为常数(即为均匀)的情况下,若要用检测到的 FID 信号  $S(t_x, t_y)$  得到自旋密度函数  $\rho(x, y)$ , 只要令:

$$\begin{cases} k_x = \gamma g_x t_x \\ k_y = \gamma g_y t_y \end{cases}, \quad (4)$$

则 FID 信号的二维形式除了相移之外信号与自旋密度函数为一对傅里叶变换对,因而对二维的 FID 信号进

行二维傅里叶变换即可得到  $\rho(x, y)$  , 取模值即可得到成像的灰度值<sup>[6]</sup>。

### 3 分数阶傅里叶变换磁共振成像

基于主磁场模型, 使得主磁场不均匀的全部信息都参与了成像。具体为: 首先测量虚拟二维的 FID 信号, 确定带有磁场强度参数的磁共振虚拟二维 FID 信号的表达式, 然后测量并计算图像每个像素点的磁场强度大小, 最后通过矩阵运算等数学方法将被成像物体某一层面的自旋密度函数计算出来, 该层面的位置和大小由选层编码梯度和射频脉冲的带宽决定, 取自旋密度函数的模值即为图像的灰度值<sup>[14]</sup>。

成像算法步骤:

步骤一: 在磁场强度不均匀的情况下, 对被成像物体的其中一个层面进行二维磁共振成像, 得到带有磁场强度参数的虚拟二维 FID 磁共振信号  $S(t_x, t_y)$  , 其表达式:

$$S(t_x, t_y) = \iint \rho(x, y) \cdot e^{i\gamma[B(x, y)(t_x+t_y) + (xg_x t_x + yg_y t_y)]} dx dy, \quad (5)$$

其中:  $g_x$  和  $g_y$  分别表示频率编码梯度和相位编码梯度,  $t_x$  和  $t_y$  分别表示频率编码梯度和相位编码梯度加载的时间,  $x$  表示成像区域在磁共振仪中被成像物体层面上的横坐标,  $y$  表示成像区域在磁共振仪中被成像物体层面上的纵坐标,  $\gamma$  表示磁旋比,  $\rho(x, y)$  表示被成像物体在坐标  $(x, y)$  处的自旋密度大小,  $B(x, y)$  表示坐标  $(x, y)$  处主磁场强度的大小。

步骤二: 测量磁场强度并进行磁场数据建模。

采集主磁场强度数据, 并拟合曲面, 选择若干个被成像物体成像层面上的点进行磁场强度测量, 根据采集到的磁场数据, 建立磁场的多项式主模型:

$$B(x, y) = \sum_{k=1}^n (a_k x^k + b_k y^k) + B_0, \quad (6)$$

其中: 参数  $a_k$  ,  $b_k$  ,  $B_0$  均为多项式系数, 可以用数学插值法得到;  $n$  为多项式的阶数, 取法为: 若被采集到的主磁场不均匀的数据中有明显的二阶分量, 则取 2, 否则, 可以取大于 2 的任意正整数。

步骤三: 求出自旋密度函数表达式。

1) 当主磁场不均匀模型的多项式阶数  $n$  为 2 时, 将主磁场模型(6)带入二维 FID 信号的表达式(5)中, 得到:

$$S(t_x, t_y) = \iint \rho(x, y) \cdot e^{i\gamma(a_2 x^2 + b_2 y^2 + a_1 x + b_1 y + B_0)t_x} \cdot e^{i\gamma(a_2 x^2 + b_2 y^2 + a_1 x + b_1 y + B_0)t_y} \cdot e^{i\gamma(xg_x t_x + yg_y t_y)} dx dy$$

即

$$S(t_x, t_y) = e^{i\gamma B_0(t_x+t_y)} \iint \rho(x, y) \cdot e^{i\gamma(a_2(t_x+t_y)x^2 + (a_1(t_x+t_y) + g_x t_x)x)} \cdot e^{i\gamma(b_2(t_x+t_y)y^2 + (b_1(t_x+t_y) + g_y t_y)y)} dx dy, \quad (7)$$

整理虚拟二维的 FID 信号, 使其变成标准的二维 FRFT。定义如下参数:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \end{bmatrix},$$

$$\begin{cases} \frac{\cot \alpha_x}{2} \triangleq \gamma a_2(t_x + t_y) \\ \rho_x \triangleq -\sin \alpha_x (\gamma a_1(t_x + t_y) + \gamma g_x t_x) \end{cases},$$

$$\begin{cases} \frac{\cot \alpha_y}{2} \triangleq \gamma b_2(t_x + t_y) \\ \rho_y \triangleq -\sin \alpha_y (\gamma b_1(t_x + t_y) + \gamma g_y t_y) \end{cases}, \quad (8)$$

其中:  $\boldsymbol{\rho}$  为二维分数阶变量的二维参数,  $\boldsymbol{\alpha}$  为二维分数阶的两个角度的二维参数。

将上述参数代入式(7), 得到

$$S(t_x, t_y) = e^{i\gamma B_0(t_x+t_y)} \iint \rho(x, y) \cdot e^{i(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \mathbf{B} \boldsymbol{\rho})} d\mathbf{x}. \quad (9)$$

令:

$$S(t_x, t_y) = e^{i\gamma B_0(t_x+t_y)} \frac{S_a(\boldsymbol{\rho})}{C_a(\boldsymbol{\rho})}. \quad (10)$$

则式(7)变为二维 FRFT 的标准表达形式:

$$S_a(\boldsymbol{\rho}) = C_a(\boldsymbol{\rho}) \iint \rho(x, y) \cdot e^{i(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \mathbf{B} \boldsymbol{\rho})} d\mathbf{x}, \quad (11)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cot \alpha_x & 0 \\ 0 & \cot \alpha_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \csc \alpha_x & 0 \\ 0 & \csc \alpha_y \end{bmatrix},$$

$$C_a(\boldsymbol{\rho}) = \sqrt{1 - i \cot \alpha_x} \cdot \sqrt{1 - i \cot \alpha_y} \cdot e^{i\boldsymbol{\rho}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\rho}}.$$

对式(11)进行反变换, 得到连续的自旋密度函数的表达式。二维 FRFT 的反变换表达式为

$$\rho(x, y) = \iint S_a(\boldsymbol{\rho}) C_a(-\boldsymbol{\rho}) \cdot e^{i(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \boldsymbol{\rho})} d\boldsymbol{\rho}, \quad (12)$$

再由式(10)得到:

$$S_a(\boldsymbol{\rho}) = e^{-i\gamma B_0(t_x+t_y)} C_a(\boldsymbol{\rho}) S(t_x, t_y). \quad (13)$$

对式(12)右边进行二重积分的变量代换, 再将式(8)代入, 得到连续的自旋密度函数的计算公式为

$$\rho(x, y) = \iint S(t_x, t_y) \cdot e^{-i\gamma B_0(t_x+t_y)} \cdot C_a^2(\boldsymbol{\rho}) \cdot e^{i(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \boldsymbol{\rho})} |J| dt_x dt_y, \quad (14)$$

其中 $|J|$ 是变量代换产生的雅可比行列式:

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \rho_x}{\partial t_x} & \frac{\partial \rho_x}{\partial t_y} \\ \frac{\partial \rho_y}{\partial t_x} & \frac{\partial \rho_y}{\partial t_y} \end{vmatrix},$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_x}{\partial t_x} = -\sin \alpha_x (\gamma(a_1 + g_x)), & \frac{\partial \rho_x}{\partial t_y} = -\gamma \sin \alpha_x a_1 \\ \frac{\partial \rho_y}{\partial t_x} = -\gamma \sin \alpha_y b_1, & \frac{\partial \rho_y}{\partial t_y} = -\sin \alpha_y (\gamma(b_1 + g_y)) \end{cases} \circ$$

可以看出  $A$  与  $B$  只与  $t_x, t_y$  有关。

2) 当主磁场不均匀模型的多项式为高阶时, 得到带有磁场强度参数的虚拟二维 FID 磁共振信号  $S(t_x, t_y)$ , 其表达式:

$$S(t_x, t_y) = \iint \rho(x, y) \cdot e^{i\gamma \left( \sum_{k=1}^n (a_k x^k + b_k y^k) + B_0 \right) (t_x + t_y)} \cdot e^{i\gamma (x g_x t_x + y g_y t_y)} dx dy \circ \quad (15)$$

该表达式没有二阶时的反变换表达式, 因此自旋密度函数  $\rho(x, y)$  没有像式(10)一样的显示表达。

步骤四: 得到离散的自旋密度函数表达式。该步骤需要将步骤二中式(14)和式(15)中连续的自旋密度函数  $\rho(x, y)$  表达式进行离散化, 最终的目的是将其求出来。

首先, 对于连续的自旋密度的表达式(10), 分别从时间  $t_x, t_y$  和空间  $(x, y)$  进行离散化。故而按照  $t_x, t_y$  的采样间隔  $\Delta t_x, \Delta t_y$  采样, 并且采样点数分别取  $N$  和  $M$ ,  $(x, y)$  的采样间隔取  $\Delta x$  和  $\Delta y$ , 采样点数同样分别取  $N$  和  $M$ , 这样将式(10)离散化后的自旋密度函数的表达式为

$$\begin{aligned} \rho(k\Delta x, l\Delta y) &= \Omega \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M S(t_{xn}, t_{ym}) \cdot e^{-i\gamma B_0 (t_{xn} + t_{ym})} \\ &\cdot C_{(\alpha_{xnm}, \alpha_{ynm})}^2(\rho_{nm}) \cdot e^{i(x_{kl}^T A_{nm} x_{kl} + x_{kl}^T B_{nm} \rho_{nm})} \\ &\cdot \sin \alpha_{xnm} \sin \alpha_{ynm}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中:  $\Omega = \Delta t_x \Delta t_y \gamma^2 (a_1 g_y + g_x b_1 + g_x g_y)$  为一常数;  $1 \leq k \leq N, 1 \leq l \leq M$ ,  $\Delta x, \Delta y$  是相邻像素点的坐标间隔,  $x_{kl} = (k\Delta x, l\Delta y)$  是第  $k$  行第  $l$  个像素点的坐标;  $t_{xn}, t_{ym}$  分别表示在时间  $t_x$  和  $t_y$  上的第  $n$  个和第  $m$  个采样时刻;  $A_{nm}, B_{nm}, \rho_{nm}, \alpha_{xnm}, \alpha_{ynm}$  分别表示在相应的  $t_{xn}, t_{ym}$  时刻  $A, B, \rho, \alpha_x, \alpha_y$  的值。

$\Delta x, \Delta y$  的取值原则为: 通过磁共振过程中的射频脉冲带宽、频率编码梯度及相位编码梯度的大小确定成像区域的视野, 即成像方形区域的大小,  $\Delta x$  为将该方形区域  $x$  轴方向的边长  $N$  等分得到的间隔,  $\Delta y$  为将该方形区域  $y$  轴方向的边长  $M$  等分得到的间隔。

为了符合傅里叶变换时间间隔与频率间隔之间的关系, 式(16)中时间间隔  $\Delta t_x$  和  $\Delta t_y$  分别取值为

$$\Delta t_x = \frac{2\pi}{\gamma N g_x \Delta x}, \Delta t_y = \frac{2\pi}{\gamma M g_y \Delta y} \circ \quad (17)$$

令  $\tilde{\rho}(k, l) \triangleq \rho(k\Delta x, l\Delta y)$ , 则得到的二维离散的  $\tilde{\rho}(k, l)$  即为通过二维分数阶傅里叶变换补偿磁场不均匀性而得到的磁共振自旋密度函数, FID 信号  $S(t_{xn}, t_{ym})$  为测量的已知值, 因此可以得到成像物体一个层面上的自旋密度函数, 取模则为待测图像的灰度值。至此, 完成了主磁场二阶模型下的磁共振成像。

其次, 对于步骤二中自旋密度表达式(15), 也需要按照上面的方法进行离散化, 取  $\Delta x, \Delta y$  分别表示  $x$  轴和  $y$  轴方向离散化的间隔,  $N, M$  分别表示  $x$  轴和  $y$  轴方向离散点的个数 ( $N, M$  为自然数, 任意取值), 则空间离散化表达式:

$$\begin{aligned} S(t_x, t_y) &= \Delta x \Delta y \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho(x_n, y_m) \\ &\cdot e^{i\gamma \left( \sum_{k=1}^n (a_k (n\Delta x)^k + b_k (m\Delta y)^k) + B_0 \right) (t_x + t_y)} \\ &\cdot e^{i\gamma (x_n g_x t_x + y_m g_y t_y)}, \end{aligned} \quad (18)$$

其中:  $x_n, y_m$  分别表示第  $n$  和第  $m$  个空间采样点处的坐标值,  $\Delta x, \Delta y$  和  $\Delta t_x, \Delta t_y$  的取法与上面提到的原则一样, 取时间  $t_x$  和  $t_y$  的离散化点数也同样分别为  $N, M$  个, 因此时间离散化后表达式为

$$\begin{aligned} \tilde{S}(k, l) &= \Delta x \Delta y \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho(x_n, y_m) \\ &\cdot e^{i\gamma \left( \sum_{k=1}^n (a_k (n\Delta x)^k + b_k (m\Delta y)^k) + B_0 \right) (k\Delta t_x + l\Delta t_y)} \\ &\cdot e^{i \left( \frac{2\pi}{N} kn + \frac{2\pi}{M} lm \right)}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中:  $1 \leq k \leq N, 1 \leq l \leq M$ ,  $k, l$  分别表示第  $k$  个和第  $l$  个时间点。离散的虚拟二维 FID 磁共振信号  $\tilde{S}(k, l)$  总共有  $N \times M$  个, 为已知值; 所需求解的离散自旋密度函数  $\rho(x_n, y_m)$  总共有  $N \times M$  个; 磁场强度  $B(x_n, y_m)$  总共有  $N \times M$  个。

等式(19)右边的每一个数的值是待成像物体自旋密度函数的线性组合形式, 总共有  $NM$  个方程, 本文通过解方程组的方法求出  $N \times M$  个自旋密度函数  $\rho(x_n, y_m)$  的值, 为了将该方程组写成矩阵方程的形式, 作如下处理:

$$\begin{aligned} \text{令 } \phi(n, m, k, l) &= \Delta x \Delta y \cdot e^{i\gamma B(x_n, y_m)(k\Delta t_x + l\Delta t_y)} \\ &\cdot e^{i \left( \frac{2\pi}{N} kn + \frac{2\pi}{M} lm \right)}, \end{aligned}$$

则式(19)变为

$$\tilde{S}(k, l) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \phi(n, m, k, l) \rho(x_n, y_m), \quad (20)$$

其中:  $1 \leq k \leq N, 1 \leq l \leq M$ 。

将线性方程组写成矩阵的形式  $Ax = b$ 。



令  $\tilde{S}$  为  $N \times M$  的矩阵，其中的元素  $\tilde{S}_{kl} = \tilde{S}(k, l)$ ，将该矩阵按列顺序放入大小为  $NM \times 1$  的列向量  $b$  中；令  $\rho$  为  $N \times M$  的矩阵，其中的元素  $\rho_{nm} = \rho(x_n, y_m)$ ， $x$  为将  $\rho$  矩阵按列顺序放入大小为  $NM \times 1$  的列向量；令  $A$  为  $NM \times NM$  的矩阵，其中的元素为式(20)中的  $\phi(n, m, k, l)$ ，排列形式满足矩阵的乘法规则，使其保证  $Ax = b$ ，符合式(20)的乘法关系。

求解方程  $Ax = b$ ，得到  $x = A^{-1}b$ ，将  $x$  按列写成大小为  $N \times M$  的矩阵，取模便得到被成像物体自旋密度的灰度图，至此完成了主磁场的任意高阶模型下的磁共振成像方法。

### 4 仿真结果分析

本文是一种主磁场不均匀下的成像方法，其流程如图 1 所示，以像素点为  $N \times M = 128 \times 128$  的脑部切片的磁共振成像为例，其实现过程如下。

对于静磁场为 0.36T 的磁共振仪，在主磁场不均

匀情况下，基于传统傅里叶变换的头部切片成像结果如图 2(a)所示，基于磁场二阶模型下的磁共振成像结果如图 2(b)所示。可以明显看到，在主磁场不均匀的情况下，与传统傅里叶变换的成像结果相比，二维 FRFT 成像结果中的图像畸变和伪影明显减少了。

为了对比该方法的有效性，将该实验中得到  $128 \times 128$  的  $\tilde{S}(k, l)$  按照传统的傅里叶变换方法进行 FFT，得到的结果与本文的方法进行对比，如图 3 所示。可以发现由本方法得到的磁共振图像(图 3(b))明显比由 FFT 得到的图像(图 3(a))清晰，而且伪影也很少。

### 5 结论

由于提出主磁场离散模型的 MRI 技术完全是自适应的成像方法，只要知道磁体在任意放置情况下在活体组织某一层上的主磁场强度的分布数据，和测量得到的虚拟二维的 FID 信号，就可以按照该成像方法

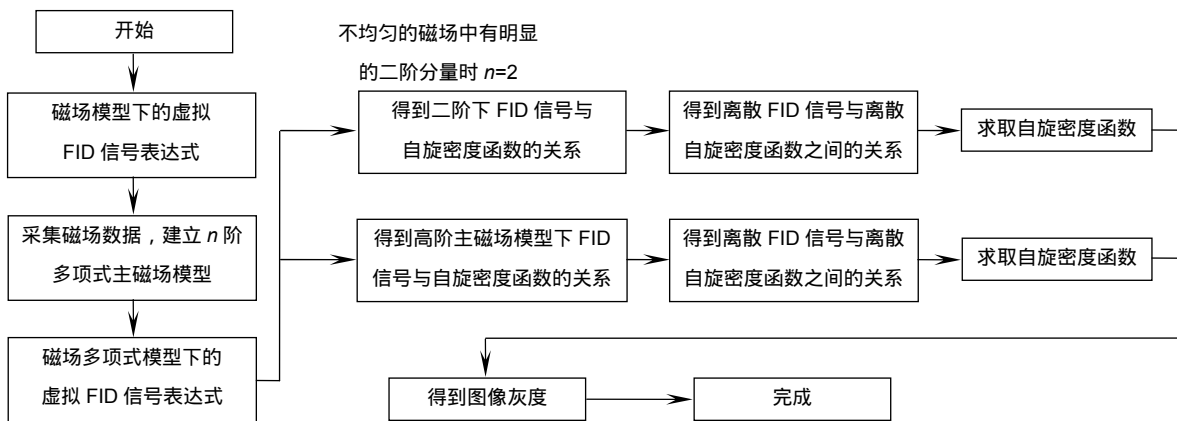


图 1 成像实现流程图

Fig. 1 Imaging implementation flow chart

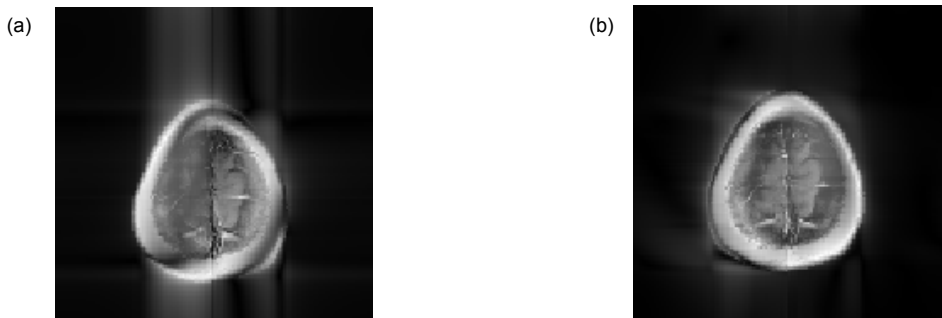


图 2 成像结果对比。(a) 基于传统傅里叶变换的磁共振成像；(b) 基于磁场二阶模型下的磁共振成像

Fig. 2 Comparison of imaging results. (a) Magnetic resonance imaging based on traditional Fourier transform; (b) Magnetic resonance imaging based on magnetic field second-order model

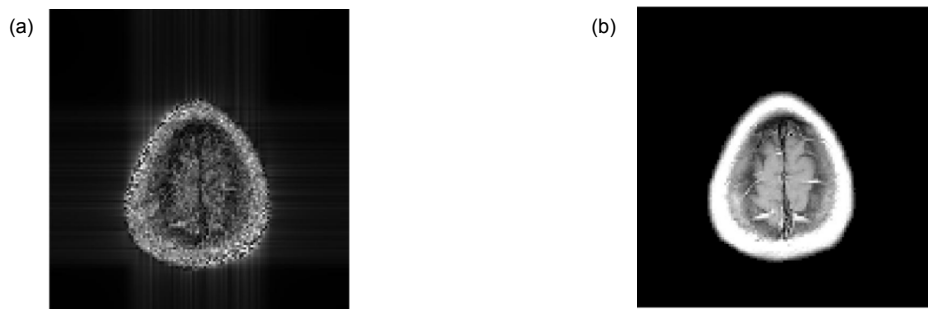


图3 成像结果对比。(a) 直接进行FFT的磁共振成像; (b) 分数阶傅里叶变换的磁共振成像

Fig. 3 Comparison of imaging results. (a) Direct Fractional magnetic resonance imaging; (b) Fractional Fourier transform magnetic resonance imaging

进行成像,因此这种方法避开了通常情况下为了使磁场变得均匀或者接近均匀常常雇佣专业人员进行磁场均匀调试的麻烦,这样也降低了专业人员配置费用。相对于原始的贴磁片或者人工调试等原始主磁场不均补偿方法,该方法具有自动化程度高,自适应能力强,对磁场不均匀程度要求低等特点。

### 参考文献

[1] Fang S, Wu W C, Ying K, et al. A new fast magnetic resonance imaging method based on variable density spiral data acquisition and Bregman iterative reconstruction[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, **62**(4): 048702.  
方晟, 吴文川, 应葵, 等. 基于非均匀螺旋线数据和布雷格曼迭代的快速磁共振成像方法[J]. *物理学报*, 2013, **62**(4): 048702.

[2] Shen H J. Highly efficient compressed sensing magnetic resonance imaging based on compound regularization[J]. *Computer and Modernization*, 2016(5): 39–45, 50.  
申慧君. 基于复合正则化的高效压缩感知磁共振成像研究[J]. *计算机与现代化*, 2016(5): 39–45, 50.

[3] Guo X Y. Research of MRI Real-time Signal Receiving and Image Reconstruction[D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2016.  
郭新宇. 磁共振成像实时信号接收与图像重建研究[D]. 北京: 北京化工大学, 2016.

[4] Somasundaram K, Gayathri S P. Brain segmentation in magnetic resonance images using fast Fourier transform[C]//*International Conference on Emerging Trends in Science, Engineering and Technology*, 2012: 164–168.

[5] Tao R, Deng B, Wang Y. *Fractional Fourier Transform and Its Applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.  
陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.

[6] Hou Y G, Guo W, Li X S. Realization of discrete fractional Fourier transform based on a newly commuting matrix[J]. *Signal Processing*, 2010, **26**(4): 569–572.

侯友国, 郭伟, 李新山. 基于一种新的交换矩阵的离散分数阶傅里叶变换实现[J]. *信号处理*, 2010, **26**(4): 569–572.

[7] Yang F X. Image encryption algorithm based on fractional Fourier transform[C]//*Proceedings of the 5th International Conference on Computational and Information Sciences*, 2013: 705–708.

[8] Tao R, Meng X Y, Wang Y. Image encryption with multiorders of fractional Fourier transforms[J]. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2010, **5**(4): 734–738.

[9] Pan W, Qin K H, Chen Y. An adaptable-multilayer fractional fourier transform approach for image registration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, **31**(3): 400–414.

[10] Li B Z, Tao R, Xu T Z, et al. The Poisson sum formulae associated with the fractional Fourier transform[J]. *Signal Processing*, 2009, **89**(5): 851–856.

[11] Dong Y Q, Tao R, Zhou S Y, et al. SAR moving target detection and imaging based on fractional Fourier transform[J]. *Acta Armamentarii*, 1999, **20**(2): 132–136.  
董永强, 陶然, 周思永, 等. 基于分数阶傅里叶变换的 SAR 运动目标检测与成像[J]. *兵工学报*, 1999, **20**(2): 132–136.

[12] Zhang J J, Jiang Y S, He Y T, et al. Performance analysis of fractional Fourier transform optical imaging based on fractional Fourier-domain filtering[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 99–106.  
张静静, 江月松, 何云涛, 等. 分数域滤波的分数傅里叶变换光学成像性能分析[J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 99–106.

[13] Chen Y, Zhao H C, Chen S, et al. Imaging algorithm for missile-borne SAR using the fractional Fourier transform[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, **63**(11): 118403.  
陈勇, 赵惠昌, 陈思, 等. 基于分数阶傅里叶变换的弹载 SAR 成像算法[J]. *物理学报*, 2014, **63**(11): 118403.

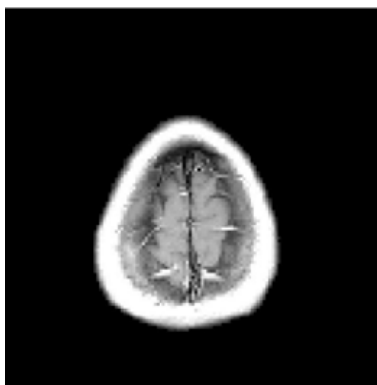
[14] Luo Z K, Wang H L, Zhou K J, et al. Combined constellation rotation with weighted FRFT for secure transmission in polarization modulation based dual-polarized satellite communications[J]. *IEEE Access*, 2017, **5**: 27061–27073.

# Fractional magnetic resonance imaging based on inhomogeneous main magnetic field

Zhang Yanshan<sup>1\*</sup>, Pang Dongdong<sup>2</sup>, Ma Pengge<sup>1</sup>, Wang Zhongyong<sup>2</sup>, Di Jinhong<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou, Henan 450015, China;

<sup>2</sup>School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450001, China



Fractional Fourier transform magnetic resonance imaging

**Overview:** The existing NMR equipment is uneven to face the main magnetic field, mostly adopts the hardware method of magnetic field compensation, such as magnetic field compensation, but it brings bad effects such as image artifact and blurred image. In view of the problem of magnetic field inhomogeneous in magnetic resonance imaging, a fractional domain magnetic resonance imaging (fMRI) method under the main magnetic field inhomogeneous is proposed. First, select a layer of living tissue to be imaged, select several points on the layer and measure the intensity of the magnetic field on the layer. Based on the principle of magnetic resonance imaging, establish the model of the magnetic field intensity distribution in the imaging area, and then establish. The polynomial model of the magnetic field can be divided into the second-order polynomial model and the higher-order polynomial model according to whether there is a significant second-order component in the measured magnetic field. Then, the two models are respectively substituted into the free-induction decay (FID) signals of the magnetic resonance. For the second-order model, the fractional Fourier transform tool can be used to solve the spin density function on one layer of the imaged object. The order model needs to obtain the spin density function at a certain level of the imaging object by solving the algebraic equation, thus establishing the MR signal model with any non-uniform main magnetic field. Experimental results show that this method achieves the same effect as the uniform main magnetic field. Since the MRI technique of presenting the discrete model of the main magnetic field is a completely adaptive imaging method, it is only necessary to know the distribution of the main magnetic field intensity at a certain layer of the living tissue in any position of the magnet, and the measured virtual two-dimensional FID signal. Imaging can be performed in accordance with the imaging method. Therefore, this method avoids the inconvenience of employing a professional staff to perform uniform magnetic field debugging in order to make the magnetic field uniform or nearly uniform, which also reduces the cost of professional staffing. Compared with the original method of compensating the unevenness of the original main magnetic field such as the sticking magnet or the manual adjustment, the method has the characteristics of high degree of automation, strong adaptability and low requirement on the unevenness of the magnetic field.

**Citation:** Zhang Y S, Pang D D, Ma P G, *et al.* Fractional magnetic resonance imaging based on inhomogeneous main magnetic field[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(6): 170737

Supported by the Science and Technology Innovation Team of Universities in Henan (17IRTSTHN014) and Henan Province Science and Technology Research Project (172102210080)

\* E-mail: yanshan@bit.edu.cn