



DOI: 10.12086/oe.2018.170638

拼接检测系统平面波前稀疏子孔径排列模型的优化

罗倩^{1,2*}, 吴时彬¹, 汪利华¹, 杨伟¹,
范斌¹

¹中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

²中国科学院大学, 北京 100049

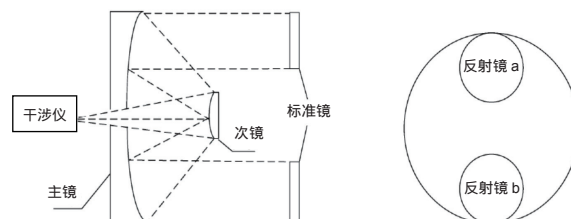
摘要: 稀疏子孔径拼接检测是大口径、超大口径光学系统像质检测的主要方法之一, 其拼接检测的精度与子孔径排列方式、数目以及大小密切相关。本文通过建立数学模型, 推导出子孔径个数 k 在 1 到无穷区间取值, 子孔径个数 k 与填充因子 M 的关系曲线, 从而得出在 1.5 m 以下系统检测的最优的七个稀疏子孔径排列布局图, 并通过 $\Phi 200$ mm 自准干涉检验, 验证了这种排列布局的合理性。

关键词: 稀疏子孔径; 数学建模; 拼接检测; 波面重构; 干涉测量

中图分类号: O436.3

文献标志码: A

引用格式: 罗倩, 吴时彬, 汪利华, 等. 拼接检测系统平面波前稀疏子孔径排列模型的优化[J]. 光电工程, 2018, 45(5): 170638



Optimization of sparse subaperture array model for stitching detection of plane wavefront

Luo Qian^{1,2*}, Wu Shibin¹, Wang Lihua¹, Yang Wei¹, Fan Bin¹

¹Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: The sparse subaperture stitching, the accuracy of which is closely related to the arrangement, number and size of subapertures, is one of the main methods of quality testing for large aperture optical systems. A mathematical model was established to deduce the relation curve between the subaperture number k and fill factor M when the value of k ranges from one to infinity. As a result, the optimal arrangement layout, consisting of seven sparse subapertures, was obtained for the detection systems below 1.5 m. Autocollimation interference detection of $\Phi 200$ mm validated the rationality of the arrangement.

Keywords: sparse subaperture; mathematical modeling; stitching detection; wavefront reconstruction; interferometry

Citation: Luo Q, Wu S B, Wang L H, et al. Optimization of sparse subaperture array model for stitching detection of plane wave front[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(5): 170638

收稿日期: 2017-11-20; 收到修改稿日期: 2018-01-16

基金项目: 国家重点研发计划“地球观测与导航重点”专项(2016YFB0500200)

作者简介: 罗倩(1990-), 女, 硕士, 主要从事大口径光学系统检测方面的研究。E-mail: luoqian_yy@163.com

1 引言

随着光学系统口径不断增大, 不仅光学系统的加工水平亟待提升, 而且光学系统波前像质的检测也面临着新的挑战^[1-2]。针对大口径、超大口径光学系统, 传统的平行光管法和平面镜自准直法均存在一定的局限性, 难于实现全口径高精度的波前像质检测。

美国 Arizona 光学中心的 Kim 首先提出了子孔径测试“以小拼大”的概念^[3], 子孔径拼接核心是用若干小子孔径替代大口径标准平面镜, 通过干涉法测量并提取各子孔径区域的数据, 利用拼接算法拟合全口径波前信息^[1]。主要有子孔径拼接^[4]和稀疏子孔径^[5]两种。当被检光学系统尺寸达到米级以上, 甚至更大口径, 子孔径拼接需要复杂的机械机构, 测试周期长, 效率低。基于测试成本考虑, 本文采用稀疏子孔径拼接检测, 针对一般的 RC 系统像质检测, 具有效率高、可行性高、成本相对较低同时易于扩展的优点, 为这一检测难题提供了有效的解决途径^[6]。

稀疏子孔径拼接检测是大口径、超大口径光学系统像质检测的主要方法之一。稀疏子孔径检测大口径光学系统采用干涉自准直检测方法^[7-8], 干涉仪、被测光学系统及平面反射镜组成自准直光路, 若干块按照一定的结构排列组成稀疏孔径阵列的小口径平面反射镜替代一块大口径平面反射镜, 与子孔径拼接思想不同之处, 小口径平面反射镜按照一定的结构排列组成稀疏孔径阵列, 采集到的各子孔径波前信息通过拼接算法重构出全口径波前, 达到所需的检测精度。

影响稀疏子孔径拼接检测的因素包括^[9-10]机械装调过程中造成的调整误差, 拼接过程中产生的算法误差、子孔径排布方式所决定的采样误差以及振动、温度变化等环境因素引起的随机噪声。本文重点讨论拼接检测稀疏子孔径排列模型的优化问题。

2 稀疏子孔径排列模型

稀疏子孔径检测的核心思想是利用稀疏子孔径反射镜阵列替代大口径平面反射镜进行自准直光学系统检测^[5]。稀疏子孔径检测的工作原理如图 1 所示。

拼接检测的精度与稀疏子孔径区域内采样的信息完备有关, 当波前传感器所获得的波前信息越多, 则拼接精度就越高, 在光学系统的采样区域内, 子孔径排列方式、数目以及大小与所获得波前信息息息相关:

- 1) 同样数目、同样大小的子孔径排列方式不同, 其获取的波前信息也有差别, 子孔径对称分布优于非对称分布, 子孔径均匀分布优于非均匀分布。
- 2) 同样数目、同样排列方式的稀疏子孔径, 子孔径大小就成了影响检测精度的关键因素。

稀疏子孔径阵列排列的目标就是在全口径区域内使得稀疏排列的子孔径覆盖全口径的区域最大, 采样的信息就越多。采用填充因子来表征, 其表达式为

$$M = \frac{S_k}{S_0} = \frac{k\pi r^2}{\pi R^2}, \quad (1)$$

式中: S_k 表示 k 个子孔径的总面积, r 为子孔径半径, S_0 表示单一全口径的面积, R 为单一全口径的半径。

根据不同的孔径数目, 稀疏子孔径有不同的排列方式。目前比较典型的结构有几种形式: 环面、环形、三臂、golay6、复合型^[11-12]。最适合的结构, 需要综合考虑其检测精度以及加工成本等因素。若使得 M 越大, 即子孔径区域覆盖全口径面积最大, 能放置的子孔径个数取最大值, 实际的稀疏子孔径结构的排列过程如下:

假设单位圆的全口径半径为 $R=1$, 每个子孔径半径相等, 设为 r , 子孔径个数为 k , 子孔径相互外切。目标使得 M 最大, 即子孔径区域覆盖全口径面积最大, 从而求出能放置子孔径最大值。

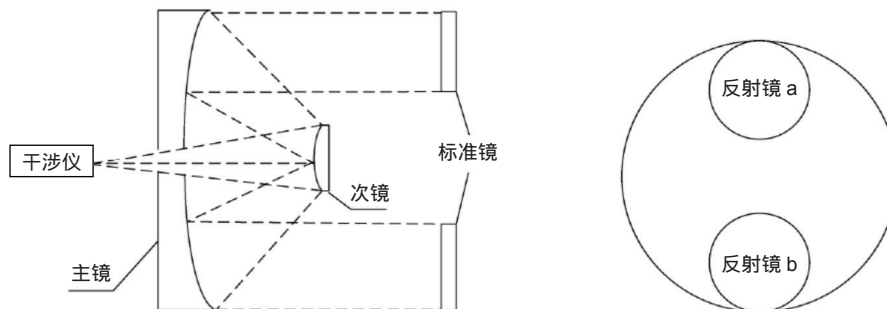


图 1 稀疏子孔径检测的工作原理

Fig. 1 Schematic diagram of sparse subaperture detection

1) 首先在最外层放一圈子孔径, 均与全口径内切, 两两子孔径之间相互外切。

2) 将全口径的半径减去子孔径的直径, 所得的值大于子孔径直径, 则再放置一层子孔径, 相互外切, 并与上一层的子孔径外切。

3) 将全口径的半径减去 2 倍子孔径的直径, 所得的值大于子孔径直径, 则再放置一层子孔径, 相互外切, 并与上一层的子孔径外切。

4) 以此类推, 直到剩余部分只能放下一个子孔径为止。

蜂窝状子孔径排列如图 2 所示, 每一层放置的子孔径个数 k 为 1、6、12、18、24、30、36、42、48、……、 $6n$, 相对应的 R 等于 $1r$ 、 $3r$ 、 $5r$ 、 $7r$ 、 $9r$ 、 $11r$ 、 $13r$ 、 $15r$ 、 $17r$ 、……、 $3+2(n-1)r$ 。 n 表示放置的子孔径层数, 取值 1 到无穷。

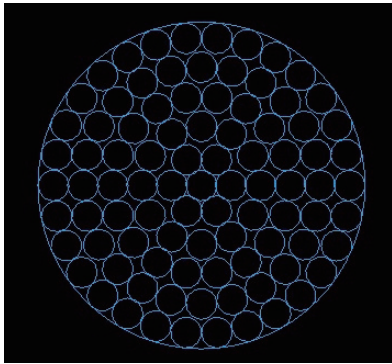


图 2 蜂窝状子孔径排列图

Fig. 2 Honeycomb-shaped arrangement of subapertures

按照这样的放置方式, 讨论在不同子孔径半径取值的情况下, 能放置的子孔径个数为最多时的 M 值。

1) 当 $\frac{1}{2} < r \leq 1$ 时, $k=1$, 此时, 只能放置一个子孔径, 且 $R=r$, $M=1$;

2) 当 $\frac{1}{3} < r \leq \frac{1}{2}$ 时, k 取 2~7, 如表 1 所示, 此时,

子孔径只能沿着全口径围成一圈;

3) 当 $\frac{1}{5} < r \leq \frac{1}{3}$ 时, k 取 8~19, 如表 2 所示, 此时,

子孔径沿着全口径围成一圈, 中间部分不能放下第二层子孔径;

a) 当 $\frac{1}{4} < r \leq \frac{1}{3}$ 时, k 取 8~10, 中间部分仅能放置一个子孔径;

b) 当 $\frac{1}{5} < r \leq \frac{1}{4}$ 时, k 取 11~19, 中间部分能放置不止一个子孔径。

由表 1, 表 2 可知, 在这个区间内, 画出 k 取 1~19 时子孔径个数与填充因子的关系曲线如图 3 所示, 随着 k 增大, M 值逐渐减小再增大, 不断震荡直到 $k=7$ 这个节点为此区间最大, 约为 0.77778, 过了这个节点之后又不断震荡至 $k=19$ 这个节点为此区间最大, 即 0.76。

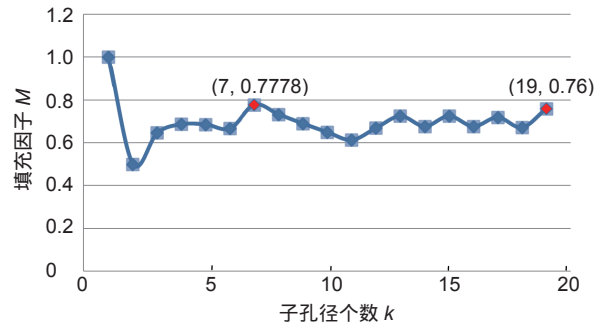


图 3 子孔径个数与填充因子的关系曲线图(k 取 1~19)

Fig. 3 The relation curve between subaperture number and filling factor ($k=1\sim 19$)

通过模型计算, 画出 k 取 1 到无穷区间内, 子孔径个数与填充因子的关系曲线如图 4 所示, 随着 k 增大, M 值逐渐减小再增大再减小再增大, 不断震荡直到每个节点为最大, 节点分别为 7、19、37、61、91…… $1+3n(n+1)$, 所对应的 $M=0.7778$ 、 $M=0.76$ 、 $M=0.7551$ 、

表 1 子孔径个数 k 与对应的填充因子 M (k 取 2~7)

Table 1 Subaperture number k and fill factor M ($k=2\sim 7$)

k	2	3	4	5	6	7
M	0.5	0.64617	0.68629	0.68521	0.66667	0.77778

表 2 子孔径个数 k 与对应的填充因子 M (k 取 8~19)

Table 2 Subaperture number k and fill factor M ($k=8\sim 19$)

k	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
M	0.732	0.689	0.649	0.613	0.668	0.724	0.676	0.724	0.676	0.718	0.671	0.76

$M=0.7530$ 、 $M=0.7520$

$$M = \lim_{n \rightarrow \infty} [1 + 3n(n+1)] \times \left(\frac{2}{2+4n} \right)^2 = 0.75。$$

n 取 1 到无穷。

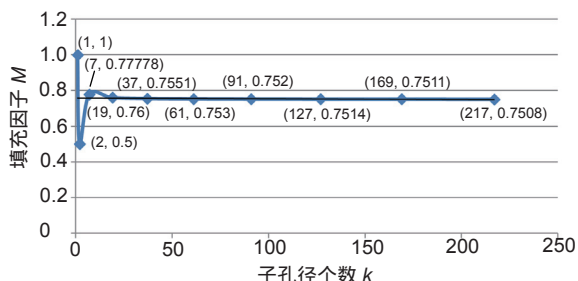


图 4 子孔径个数 k 与填充因子 M 的关系曲线(k 取 1~ ∞)

Fig. 4 The relation curve between subaperture number and filling factor ($k=1 \sim \infty$)

所以,对比每个节点,可以直观地看出当 $k=7$ 时,填充因子 $M=0.77778$ 为整个区间的最大值,稀疏排列的子孔径覆盖全口径的区域最大,采集的信息最多,其中 $k=1$, $M=1$ 除外,因为其代表整个全口径区域采样。最优排列布局如图 5 所示。图中表示全口径为单位圆,即 $R=1$ 时的子孔径放置的大小及位置,当实际检测不同的光学系统时,全口径及子孔径放置的大小及位置等比例放大。

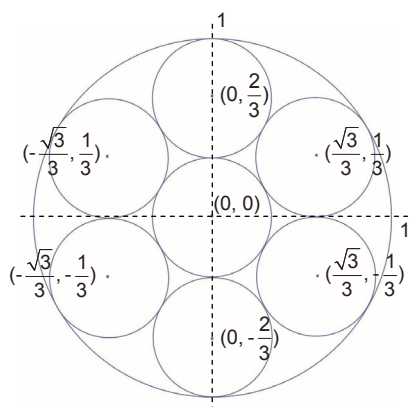


图 5 最优排列布局

Fig. 5 Optimal arrangement

3 四个子孔径到九个子孔径的实验结果对比

为了验证最优排列布局,实验首先采用全口径相当的平面镜进行自准直检测,检测的波前数据作为实验基准,然后依次取四个子孔径到九个子孔径进行拼接检测,拼接之后进行去倾斜处理,拼接的波前数据与基准进行相减,得到残差进行对比。

采用 12 的 Zygo GPI 干涉仪对一口径为 200 mm 平面镜波前进行检测,图 6 是实际检测装置。

由于加工需要同时考虑子孔径的大小和数目的成本,从工程实际出发,只考虑当子孔径相互外切,且同时与全口径内切时能放置的子孔径个数为四到九时,构成的稀疏子孔径平面镜阵列。四个子孔径到九个子孔径排列方式主要有以下几种,如图 7 所示。

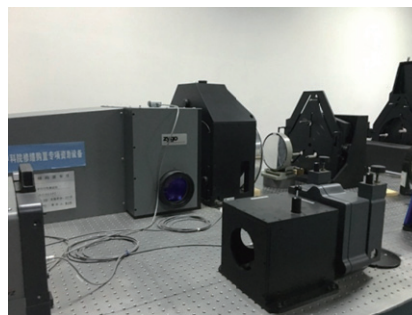


图 6 实验装置图

Fig. 6 Photograph of experimental setup

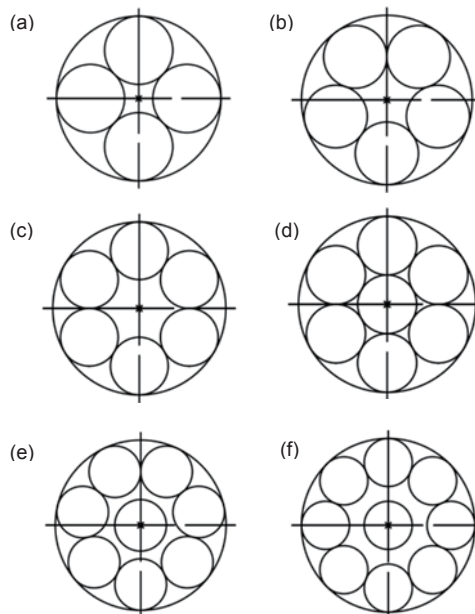


图 7 四到九个子孔径的稀疏子孔径排列方式

Fig. 7 Sparse subaperture arrangement diagrams with four to nine subapertures

图 8 为 Zygo 干涉仪测量的全口径数据并去除相位常数、倾斜后的面形图, PV 为 0.228λ , RMS 为 0.038λ 。

分别按照图 7 所示排列方式取四到九个子孔径区域采样数据,保留子孔径的相位常数和倾斜系数,输入到子孔径拼接算法,拼接得到的全口径数据与直接检测的全口径波前数据相减,得到的残差 RMS 值进行比较,验证该模型的正确性和可行性。

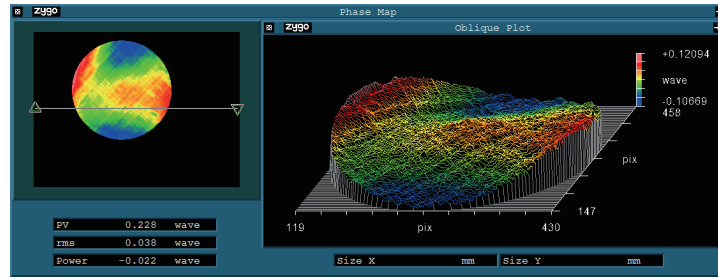


图 8 去除相位常数、倾斜后的面形图

Fig. 8 Surface pattern after removing phase constant and tilt

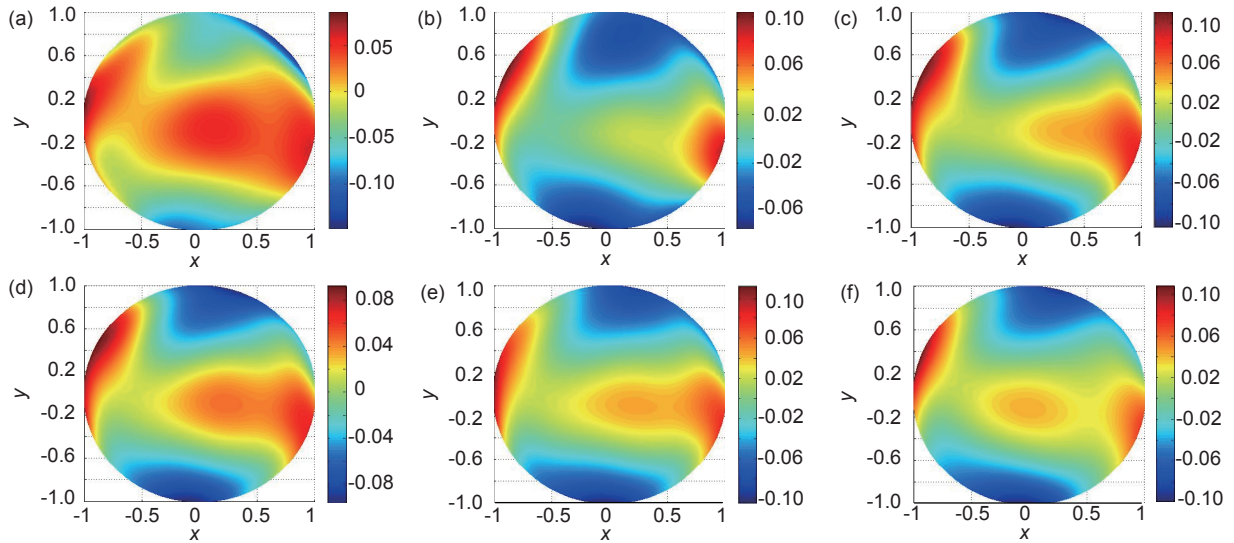


图 9 四到九个子孔径拼接检测的全孔径波前图。(a) 四个子孔径；(b) 五个子孔径；(c) 六个子孔径；(d) 七个子孔径；(e) 八个子孔径；(f) 九个子孔径

Fig. 9 Full aperture wavefront mapping for multiple subaperture stitching detection. (a) Four subapertures; (b) Five subapertures; (c) Six subapertures; (d) Seven subapertures; (e) Eight subapertures; (f) Nine subapertures

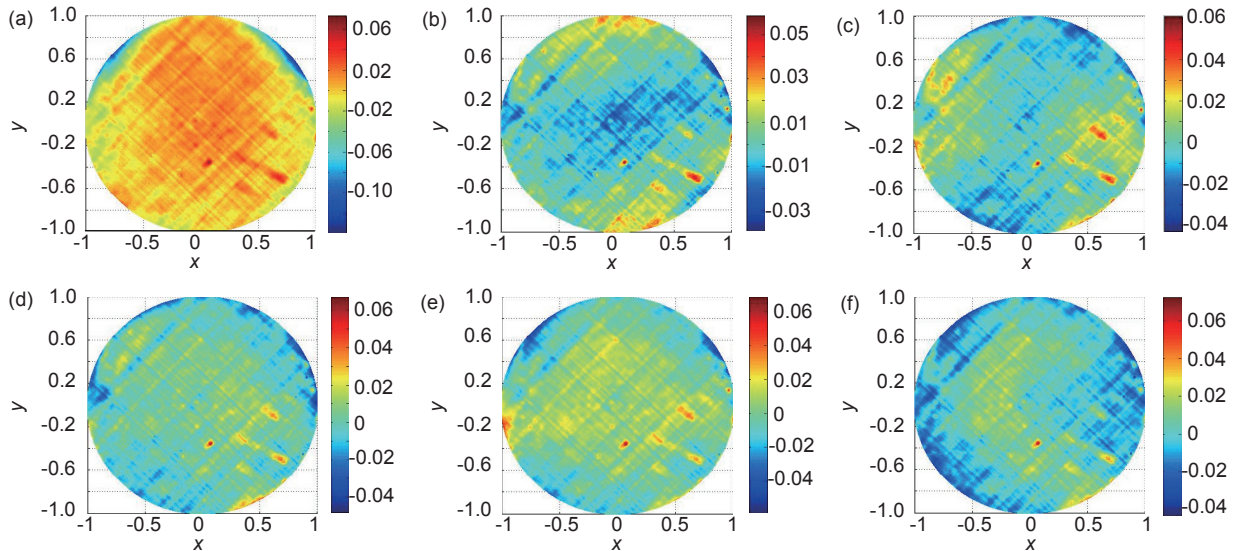


图 10 四到九个子孔径拼接检测与直接检测波前的残差图。(a) 四个子孔径；(b) 五个子孔径；(c) 六个子孔径；(d) 七个子孔径；(e) 八个子孔径；(f) 九个子孔径

Fig. 10 Wavefront residuals between stitching and direct detection with multiple subapertures. (a) Four subapertures; (b) Five subapertures; (c) Six subapertures; (d) Seven subapertures; (e) Eight subapertures; (f) Nine subapertures

表 3 拼接与直接测得的全口径波前各项参数对比
Table 3 Comparison of parameters of stitching and direct detection

No.	Wavefront PV/ λ	Wavefront RMS/ λ	Wavefront residuals PV/ λ	Wavefront residuals RMS/ λ
4	0.2369	0.0377	0.2150	0.0169
5	0.1781	0.0337	0.0987	0.0107
6	0.2136	0.0433	0.1039	0.0103
7	0.1901	0.0391	0.1160	0.0092
8	0.2147	0.0399	0.1288	0.0109
9	0.2069	0.0363	0.1186	0.0110

对四到九个子孔径采样的波前数据进行拼接，得到的全口径波前图 9 所示，拼接的全口径波前与直接检测的全口径波前相减获得的残差波前如图 10 所示，计算出拼接与直接检测的全口径波前各项参数对比，如表 3 所示。

由表中数据可以得出，取七个子孔径采样波前数据时，得到的 RMS 为 0.0391λ ，与直接检测 RMS 为 0.038λ ，相对误差为 2%。拼接的全口径波前与直接检测的全口径波前相减获得的残差波前 RMS 为 0.0092λ ，跟其他子孔径相比为最小值。其所重构的全口径波前与直接检测的全口径波前形状最为一致，由此验证了数学模型的合理性。

4 结 论

本文通过引入填充因子 M 进行建模，推导出子孔径个数 k 取 1 到无穷区间，子孔径个数 k 与填充因子 M 的关系曲线，从而选取在 1.5 m 以下系统检测的最优七个稀疏子孔径排列布局。实验提取四到九个子孔径区域的采样数据进行拼接，与直接检测的全口径波前数据进行对比，验证稀疏子孔径拼接检测光学元件时，七个子孔径为最优排列布局。下一步验证在实际系统检测过程中选取该排列布局可以获得较高的拼接精度。

然而，本文所选取的排列模型仅适用于口径在 1.5 m 以下光学系统进行稀疏子孔径拼接检测，针对更大口径的光学系统，随着系统口径的增大，子孔径的口径也会随之相应的增大，考虑到子孔径成本因素，稀疏子孔径排列模型还需进一步优化。

参考文献

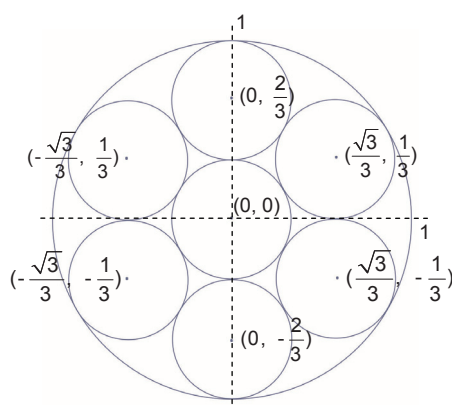
- [1] Hou X, Wu F, Yang L, et al. Status and development trend of sub-aperture stitching interferometric testing technique[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2005, **3**(3): 50–53.
侯溪, 伍凡, 杨力, 等. 子孔径拼接干涉测试技术现状及发展趋势[J]. *光学与光电技术*, 2005, **3**(3): 50–53.
- [2] Sjö Dahl M, Oreb B F. Stitching interferometric measurement data for inspection of large optical components[J]. *Optical Engineering*, 2002, **41**(2): 403–408.
- [3] Kim C J. Polynomial fit of interferograms[J]. *Applied Optics*, 1982, **21**(24): 4521–4525.
- [4] He Y, Wang Z X, Wang Q, et al. Testing the large aperture optical components by the sub-aperture stitching interferometer [J]. *Proceedings of SPIE*, 2007, **6624**: 66240D.
- [5] Xu X D, Shen Z X, Tong G D, et al. Sparse subaperture stitching method for measuring large aperture planar optics[J]. *Optical Engineering*, 2016, **55**(2): 024103.
- [6] Yan F T, Fan B, Hou X, et al. Large-aperture mirror test using sparse sub-aperture sampling[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, **23**(12): 3193–3196.
闫锋涛, 范斌, 侯溪, 等. 稀疏子孔径采样检测大口径光学器件[J]. *强激光与粒子束*, 2011, **23**(12): 3193–3196.
- [7] Chow W W, Lawrence G N. Method for subaperture testing interferogram reduction[J]. *Optics Letters*, 1983, **8**(9): 468–470.
- [8] Wang Y, Fu R M, Liao Z B. Wavefront reconstruction algorithm based on sparse aperture[J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2015, **36**(5): 51–59.
王琰, 伏瑞敏, 廖志波. 基于稀疏孔径的波前重构算法[J]. *航天返回与遥感*, 2015, **36**(5): 51–59.
- [9] Chen S Y, Dai Y F, Li S Y, et al. Error reductions for stitching test of large optical flats[J]. *Optics & Laser Technology*, 2012, **44**(5): 1543–1550.
- [10] Smith G A, Burge J H. Subaperture stitching surface errors due to noise[J]. *Proceedings of SPIE*, 2015, **9575**: 95750W.
- [11] Hill J M, Salinari P. The large binocular telescope project[J]. *Proceedings of SPIE*, 2000, **5489**: 603–614.
- [12] Chung S J, Miller D W, De Weck O L. Design and implementation of sparse aperture imaging systems[J]. *Proceeding of SPIE*, 2002, **4849**: 181–192.

Optimization of sparse subaperture array model for stitching detection of plane wavefront

Luo Qian^{1,2*}, Wu Shibin¹, Wang Lihua¹, Yang Wei¹, Fan Bin¹

¹Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China



Optimal arrangement

Overview: The sparse subaperture stitching is one of the main methods of quality detection for large and oversized aperture optical systems. Tradition methods using parallel light pipe and plane mirror autocollimation have some limitations, and they are difficult to realize full-caliber high-precision wavefront aberration detection. The sparse subaperture stitching is based on the principle of interference autocollimation, and the system contains three parts, including interferometer, optical system to be measured and a plane mirror. Unlike overlapping subaperture stitching, a plurality of small aperture plane mirror structure according to the arrangement of a certain composition sparse aperture can replace a large flat mirror. Each subaperture wavefront information was used to reconstruct the full aperture wavefront by stitching algorithm to achieve the required accuracy. The precision of stitching algorithm is closely related to the arrangement, number and size of subaperture, and the coverage ratio of the subapertures in the whole region is represented by the filling factor M . Therefore the better M , the better the precision of stitching algorithm. In this paper, a mathematical model was established to deduce the relation curve between the subaperture number k and fill factor M when the value of k ranges from one to infinite. Though the relation curve between the subaperture number k and fill factor M , the maximum value of fill factor $M=0.77778$ was obtained when k equals to 7. As a result, the coverage ratio of the subapertures in the whole region is the largest, which collects most of the information. Seven sparse subapertures, which is the optimal layout diagram for the detection systems below 1.5 m was selected. Multiple subapertures ranging from 4 to 9 were stitching and detected, respectively. After stitching, the data were processed by removing tilt. The data of the stitching wavefront and the full aperture test data were subtracted, and the residual error was compared. The obtained RMS is 0.0391λ and the direct detection RMS is 0.038λ when sampling the wavefront data with seven subapertures. The relative error is 2%. The residual wavefront RMS between stitching and direct detection is 0.0092λ . Compared with other subaperture, the reconstructed full-aperture wavefront is the most consistent with directly detected full-aperture wavefront, which verifies the rationality of the mathematical model. That is to say, self-collimation interference detection of $\Phi 200$ mm demonstrates the rationality of the arrangement.

Citation: Luo Q, Wu S B, Wang L H, *et al.* Optimization of sparse subaperture array model for stitching detection of plane wavefront[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, **45**(5): 170638

Supported by Key Project of the National Key Research and Development Plan for Earth Observation and Navigation (2016YFB0500200)

* E-mail: luqian_yy@163.com