基于激光线的轮轨冲角检测 新方法

马增强*, 宋子彬, 王永胜 石家庄铁道大学电气与电子工程学院, 石家庄 050043



摘要:冲角是列车蛇形运动稳定性评价中的一关键性指标。由于列车走行步复杂、冲角值极小等原因,导致轮轨间冲 角测量难度大、测量不准确等问题。本文提出一种基于激光线检测的轮轨冲角检测方法,该方法将与轮对运动方向共 线的激光线照在轨面上,通过图像畸形校正、Meanshift 算法平滑、Radon 直线检测等算法处理分别获取轨道边缘线 和激光线的位置,计算两者在图像中的夹角检测出轮轨冲角。通过仿真数据和检测结果对比表明,该方法能够实现轮 轨冲角的图像检测,且原理简单可行,最后给出检测误差的修正方法,增加了检测方法的鲁棒性。该方法的提出为后 续列车运行的稳定性和安全性评价奠定了基础。

关键词: 蛇形运动; 轮轨冲角; 图像检测; 激光线 中图分类号: TP391

文献标志码: A

A method for detecting the wheel rail attack angle based on laser line detection

Zengqiang Ma*, Zibin Song and Yongsheng Wang

College of Electrical and Electronic Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China

Abstract: Attack angle is a key index to evaluate the stability of snakelike motion in the train. Due to the complexity of the running train and the small angle of attack, it is difficult to measure the angle between the wheel and rail. This paper presents a method for attack angle detection based on the laser line and the direction of motion as collinear wheel on the rail surface. The laser line and orbital edge line were obtained by image correction, Meanshift smoothing, and Radon line detection, and then the angle was calculated in the image. Comparison between simulation data and test results shows that the method can realize the detection of attack angle and it is simple and feasible at the same time. Finally, the correction method of the detection error is given, which increases the stability of the detection method. This method may lay the foundation for the evaluation of stability and safety of train operation. **Keywords:** attack angle; snake motion; image detection; laser line

DOI: 10.3969/j.issn.1003-501X.2017.08.009 Citation:

Citation: Opto-Elec Eng, 2017, 44(8): 818-825

1 引 言

轮轨间磨耗程度与线路可靠性联系紧密,由于列 车运行时轮轨接触力复杂,轨道不平顺等问题,列车

收稿日期: 2017-03-04; 收到修改稿日期: 2017-06-28 *E-mail: mzqlunwen@126.com 运行时机车常常出现蛇形运动,严重时会出现蛇形失 稳甚至脱轨事故。此外,由于机车运行速度的不断增 大,以及客运量的增加,导致列车轮轨间的互相作用 更加剧烈,更容易引发磨损、疲劳和脱轨等故障 ^[16]。轮轨冲角,是指列车运行轨道中心线与轮对运 行方向的夹角或在曲线轨道运行时轮对轴线与轨道曲 线径向方向的夹角。在国内的研究中由于大多采用测

DOI: 10.3969/j.issn.1003-501X.2017.08.009

量传感部件直接与轨道接触,导致了机车车辆高速运 行时, 传感部件易损坏而无法取得较好的效果。而国 外对径向转向架的研究较早,对轮轨冲角测量也有深 入的研究,其中加拿大和德国公司研制的地面冲角测 量装置最具代表,该装置采用激光测距原理,属于地 面单点测量,其后续处理过程复杂,测量和处理装置 只能固定安装于轨道被洗定的测点, 受安装环境影响 较大,且只能实现单点单次测量。瑞士的 Polach^[7]通 过实验结合仿真结果分析了轮轨接触几何状态在列车 运行中稳定极限条件下对列车行为的影响,并取得了 不错的效果; 庞国斌等^[8]通过 GM 公司冲角测量理论 研究搭建了硬件技术平台,通过测量机车轴箱相对于 转向架以及转向架同车体的位移,利用三者相对位置 关系间接测量出轮轨冲角,虽然实现了轮轨冲角的测 量,但测量方案繁琐,还有待完善;韩国的 Koo¹⁹从 轮轨间水平和垂直冲击力方面入手,建立了一种脱轨 理论模型,并提出了一套预测和评价轮轨碰撞诱导脱 轨的方法:马贺等[10]通过建立具有不同冲角的车轮与 钢轨接触模型,在横向力与牵引力矩作用下应用非线 性有限元法进行弹塑性接触计算,分析不同工况下的 等效应力及接触斑的变化规律,研究冲角对钢轨接触 状况的影响;李国顺等[11]利用运动图像识别原理,通 过几个量的测量叠加,提出了间接测量轮轨冲角的原 理,由于每个量在测量上都存在误差,冲角测量准确 度受到较大影响。肖绯雄等[12]研究了一种测量轮轨冲 角的装置,通过将很小的冲角量进行放大,改变信噪 比的方法来实现冲角测量,但传感器等装置安装困 难,实施性不强。由于列车走行步复杂,运行高速并 且测量环境复杂等,导致列车轮轨冲角测量难度大。 此外,冲角量虽很小但会对轮轨接触状况造成很大影 响,因此找到一种简单有效、可实施性强的测量方法 尤为重要。

本文提出了一种基于激光线检测的列车轮轨冲角 检测方法,采用车载式相机与激光源相结合,使用相 机对照在轨道面上的激光线图像采样,通过算法处理 得到激光线和轨道边缘的位置关系,简单有效地实现 了列车轮轨冲角的测量,对车辆轮轨间磨耗和蛇形失 稳状态监测有很重要的参考意义。

2 系统的设计原理

机车在运动时,由于踏面锥形产生蛇形运动并且 在通过曲线线路时车轮和钢轨间产生横向作用力,以

OEE | Advances

及轮轨间产生复杂的蠕滑力使高速运行的车轮产生冲 角,冲角虽小,但它对轮轨接触损耗,车辆的行车安 全举足轻重^[13]。

本文检测装置和原理分别如图 1、2 所示,机车 在产生蛇形运动或沿曲线轨道行驶时,转向架和轮对 之间可看成刚体运动。



图 1 系统检测装置. Fig. 1 The device system of detection.

-----> 列车前进方向(侧视)



将相机和激光源固定在转向架上,激光源垂直照 在钢轨表面,形成激光线与车轮共线的位置,以此激 光线代表机车行进中的角度变化。利用梯形校正, Meanshift算法平滑、Radon直线检测等算法检测出激 光线与钢轨边缘线的相对位置,求得两直线的夹角 β 即为轮轨冲角,冲角示意图如图 3(a),3(b)所示。



图 3 不同时刻冲角检测示意图. (a) 无冲角. (b) 有冲角. Fig. 3 Schematic diagram of the attack angle at different time. (a) Have no attack angle. (b) Have attack angle.

OEE | Advances

2017年,第44卷,第8期

3 轨道边缘线的检测算法

3.1 图像获取及校正

由于激光器垂直照在轨面上,相机并非垂直拍 摄,获取的轨面图像存在梯形畸变^[14],使得图像质量 变差,给后续图像的特征检测带来了困难,需要对轨 道图形进行梯形校正。在实现方式上,Radon 直线检 测算法比Hough变换检测有更多优点^[15]:包含更多的 像素信息,对噪声不敏感,变换算法速度更快。本文 利用水平边缘检测算子进行边缘检测,Radon 算法进 行直线提取,利用畸形校正矩阵对图像进行校正得到 校正图像,流程图如图 4 所示。



图 4 梯形校正流程图. Fig. 4 Flow chart of trapezoid calibration.

在校正中首先对需要校正的图像预处理,通过边 缘算子得到特征目标的边缘信息,由于噪声的存在, 得到的边缘信息是不连续的,需要对结果进行开操 作。该方法主要包括腐蚀和膨胀两个操作,其中在数 学上二值图像膨胀定义为集合运算*A*被*B*膨胀,记为 $A \oplus B$,定义为 $A \oplus B = \{z | (B)_z \cap A \neq \mathcal{O}\}$,其中 \mathcal{O} 为 空集,*B*为结构元素。*A*被*B*腐蚀记为*A* ΘB ,定义为 $A \Theta B = \{z | (B)_z \subseteq A\}$,图像先被腐蚀后膨胀的过程叫 做开操作,通过开操作可连接不连续的边缘。然后利 用 Radon 算法对特征直线进行提取并标注,利用畸变 校正矩阵对图像校正,校正前后如图 5。



图 5 梯形校正前(a)和校正后(b)对比图. Fig. 5 Comparison before and after trapezoidal calibration. (a) Before calibration. (b) After calibration.

由于两种情况下的轨道都在外面且表面纹理锈 化、轨枕也被风吹雨淋等自然因素,采用简单的方法 其处理结果大都难以满足要求。针对拍摄的轨道图 像,采用如图 6 的方案对图像进行检测,能够准确的 检测出轨道边缘,为后续的冲角计算奠定基础。



图 6 轨道图像检测的流程图. Fig. 6 The flow chart of orbital image.

3.2 Meanshift 聚类平滑算法

轨道边缘没有严格的属性界定,很多对象具有相 似的特性,因此不能把边缘元素鲜明地划分到一类中 去。聚类分析是对集合中的对象加以处理、研究, Meanshift 算法对图像有平滑作用,这种平滑处理即 是将集合中每一个元素移动到它邻域中所有元素的特 征值的均值的位置,不断重复直到收敛。本文利用该 算法对图像进行平滑处理以得到明确的边缘界定。 Meanshift 算法,一般是指一个层层迭代的过程,即 先选择一点为起点,计算得出这点的偏移均值点,移 动该点到其偏移均值点,然后以这个点为新的起始 点,继续前面运算操作,直到结果满足一定的要求之后结束。其定义是:给定 d 维空间 R^d 的 n 个样本点 $x_i(i=1,...,n)$,在 x点的 Meanshift 向量的基本形式定义为

$$M_{h}(x) = \frac{1}{k} \sum_{x_{i \in S_{k}}} (x_{i} - x) , \qquad (1)$$

其中 S_k 是一个半径为 h高维球区域,满足以下关系的 y点的集合:

$$S_{h}(x) = \{y : (y - x)^{\mathrm{T}}(y - x) \le h^{2}\}.$$
 (2)

在式(1)中, k表示在这 n个样本点 x_i 中, 有 k个 点落入 S_k 区域中, $(x_i - x)$ 是样本点 x_i 相对于 x 的偏 移向量, 而 Meanshift 向量 $M_h(x)$ 就是对落入区域 S_k 中的 k个样本点相对于点 x 的偏移向量求和然后再平 均。假如样本点 x_i 是从一个概率密度函数 f(x) 中采 样得到,由于非零的概率密度梯度指向概率密度增加 最大方向,因此, S_k 区域内的样本点更多地落在沿着 概率密度梯度方向,而 Meanshift 向量 $M_h(x)$ 也指向 概率密度梯度方向即样本分布最多区域,如图 7。

轨道图片经 Meanshift 聚类算法平滑处理后如图 8 所示,从图中能看出该算法能有效地分割出轨道图 像,从而确定轨道区域,为检测轨道边缘奠定基础。

3.3 Sobel 边缘检测

为了准确地检测出轨道边缘的位置信息,需要对 Meanshift 平滑后的图像进行轨道边缘信息提取,在 保证有效抑制噪声的同时,要使图像的边缘信息不受 影响。Sobel 边缘检测算子是一阶差分算子,经过离 散处理来计算数字图像亮度函数梯度数字的近似数 值,对于本文中轨道边缘线的定位效果较优。

目前钢轨直线检测方法众多,应用最广泛的就是 Radon 变换和 Hough 变换,但 Radon 变换优于 Hough



Fig. 7 Schematic diagram of Meanshift clustering algorithm.

OEE | Advances

变换^[15,16]。Hough 变换计算量大,耗时长,而且对于 钢轨边缘检测结果高度敏感; Radon 变换对直线的检 测简单有效, 抗噪能力强, 能快速检测出所在直线信 息,因此用于本文中钢轨边缘线的检测。中心切片理 论[17]保证了 Radon 检测可通过快速傅里叶变换来实 现,但是由于受到笛卡尔到直角坐标的变换中存在插 值误差,这就直接导致了在变换中存在虚假峰值,使 直线检测精度受到影响。改进的 Radon 变换的方法众 多^[18],包括运用广义插值傅里叶变换^[17]来加快 Radon 变换以及通过改变最小插值误差来调节 GIFT 参数以 达到优化直线检测效果。在 GIFT 实现中,参数 L(傅 里叶变换的层数)和 $C(\alpha_1, \alpha_2)$ (阶数)的选择很重要 [15]。为了减小误差,使该检测方法更稳定,通过改变 算法中不同的 GIFT 参数 L 和 C 的选取来实现。本文 定量分析了 GIFT 参数的选取对冲角检测结果的影响, 综合时间花费和精确度,取L=2,C的两层4个参数 遍历 0.5~1.0, 间隔为 0.1, 共有 6⁴ = 1296 种取值; 当 L=3时, 使 C的前两层 4 个参数遍历 0.5~1.0, 第三层 为(1,1), 共有6⁶ = 46656 种取值。

将*L*层频率谱叠加在一起,利用最近邻插值法^[18], 求出插值误差,该方法下的插值误差定义为

$$J = \sum_{i \ i} d_{\text{grid}}(\gamma_i, \theta_j), \qquad (3)$$

其中 $d_{grid}(\gamma_i, \theta_j)$ 是计算得出的频率谱中的每个实际点的插值误差^[18],以此可修正 Radon 检测结果。图 9 给出了当 *L*=3 时,参数 $C(\alpha_1, \alpha_2)$ 和误差的关系仿真图,从图中能看出在 1296 个取值中插值误差的分布情况,在 *L*=3 时,在第 772 个点,即 *C* 取(0.6,0.8)、(1,0.7)、(1,1)时有最小插值误差为 4115.09。在第 432 个点,即(0.6,1)、(1,0.7)、(1,1)时有最大插值误差,为 7942.25。对图像在 *L*=3 时的两个最值下进



图 8 图像 Meanshift 平滑前后对比. (a) 平滑前. (b) 平滑后.

Fig. 8 The comparison before and after Meanshift. (a) Before Meanshift. (b) After Meanshift.



Fig. 9 Analysis of $C(\alpha_1, \alpha_2)$ and error.

行 Radon 变换, 变换结果如图 10 所示。在第 432 个 点处变换结果有明显的虚假峰值,在 772 个点处虚假 峰值消失,由此能够根据误差有效地指导修正 Radon 检测算法,使结果更准确。

一般的, 层数越大, 插值误差越小^[19], 要从插值 误差和时间消耗方面综合考虑。从笛卡尔到极坐标的 转换中, 高频区域在极坐标中点数会变得稀疏, 在检 测中, 高频区域包含更多有用信息, 所以高频区域插 值问题很关键, 因此, 将每一层的 *C*(*a*₁,*a*₂) 范围限 定在(0.5, 1)。本文首先选取 *L*=3, *C*(0.8, 0.8), *C*(1, 0.8), *C*(0.8, 1)其检测结果如图 11(b)所示。

4 激光线的检测

为了得到图像上激光红线准确位置,本文对图像 先进行了直方图均衡化处理,增大图像明暗对比度, 然后用最大值(*R* 为最大值因素)灰度化预处理方法, 很容易将激光线分离出来,且处理后噪声较小,检测 流程图如图 12 所示,由于分离后图像中激光线的灰 度值远大于周围灰度,所以对图像进行阈值分割,将



图 10 不同参数下的 Radon 变换结果. Fig. 10 Radon transformation under different parameters.

(a) Min interpolation error. (b) Max interpolation error.

分割后原本"臃肿"的直线像素简为单像素,图13为激 光线检测结果。

直线在像素中的像素点是经抽样后四舍五入量化 形成的,由于量化误差,像素点的中心常常不在一条 直线上,这就需要对直线进行拟合。常用的方法有两 种:按直线斜率的绝对值与 1 的大小比较,分别取 *y、x* 方向的残差平方和使其最小;取离散点到拟合 直线的距离平方之和使其最小,这两种方法本质上都 是最小二乘法进行直线拟合。利用最小二乘法对二维 点(*x_i*,*y_i*),(*x_{i+1}*,*y_{i+1}*),…,(*x_{i+j}*,*y_{i+j}*)进行线性拟 合,得到误差平方和的返回值就是对直线进行拟合后 取最小误差 *e*,利用误差 *e* 对得到拟合直线进行修 正。拟合结果如图 13(c)所示。

5 实验数据处理

5.1 轮轨冲角的模拟仿真

为了有效地分析冲角在机车运行中的变化历程, 本文利用 Adams/Matlab 联合软件建立虚拟轮轨冲角 模型,仿真了三轴径向转向架机 DF8B 内燃机车的轮



图 11 校正后轨道边缘检测结果.

Fig. 11 Results of track edge detection. (a) Input image. (b) Radon transform. (c) The line radon.

DOI: 10.3969/j.issn.1003-501X.2017.08.009



图 12 直线的提取流程图.

Fig. 12 Flow chart of straight line extraction.

轨变化历程,在径向机构未锁定的情况下,设定参数,得到该型机车以 150 km·h⁻¹的速度通过半径为 300 m的曲线时轮轨冲角变化时间历程图,从仿真图 14 中可得到冲角的范围稳定在 0.75°以内,且第一轮 轨冲角要超前于第三冲角。

此外,软件仿真测试还包括径向机构未锁定和锁 定两种状态下的轮轨冲角对比情况。机车速度设置为 变量,通过曲线半径为250m,冲角变化情况如图15 所示,在径向机构未锁定的状态下冲角要小于锁定状 态下,且随速度的增大而增大。仿真结果对本文测量 提供了理论依据。

5.2 手动测量与系统测量对比

为了测试该方法对于测量轮轨间冲角测量的性能,本实验采取了随机采样的静态检测实验,包括

OEE | Advances



图 13 激光线的提取结果图. (a) 灰度图像. (b) 骨骼图像. (c) 拟合直线 .

Fig. 13 Extraction results of laser line. (a) Gray images. (b) Skeleto image. (c) Fitted straight line.

CCD 工业相机 (JAI-5000C-PMCL,像素分辨率为 2560×1280),采集卡(SOL2MEVCLF)及处理软件和走 行步试验台进行实验组成的检测硬件系统对提出的方 案进行实验验证,实验在光照理想条件下进行,图像 采集界面如图 16 所示。

对样本图像进行直线拟合,确定了激光线的位置 与参数1/k;通过与轨道边缘位置对比,得出冲角 β。为了验证该方法的有效性,与手动测量数据进 行对比,表1随机抽取了8帧图像进行检测分析,从 数据中得出在冲角变化很小的情况下,激光直线斜率 1/k变化范围在 0.0062~0.0121 之间,冲角变化在 0.355°~0.72°之间,其中最大误差为 0.091°,平均误 差为 0.016°,此误差在工程应用中可忽略。通过实验 数据可得出,检测系统能够检测出车轮在运行中对轨



图 14 轮轨冲角仿真图. (a) 第一轮轨冲角. (b) 第三轮轨冲角.

Fig. 14 Simulation diagram of wheel rail attack angle. (a) Simulation of wheel rail attack angle of first axle. (b) Simulation of wheel rail attack angle of third axle.

OEE | Advances

道冲角的变化。

5.3 测量精度分析

本文中所用相机像素分辨率为 2560×1280,通过 调整相机的视角保证激光线的中心点坐标 (u_0, v_0) 在 相机的中心区域 (u_i, v_i) ,将相机图像分为 A,B,C,D 四 个区域,如图 17 所示。以轨道边缘所在直线为 y轴, 在图像中心区域建立坐标系如图 18 所示,改变 (u_i, v_i) 值使区域范围增加, α 为直线与 x轴夹角,即 α 为 β 余角,则有 $\frac{\Delta u_i}{\Delta v_i} = \frac{1}{\tan \alpha}$ 。由于拟合出的直线 与真实激光线之间存在误差,随着像素点 $\Delta u_i, \Delta v_i$ 在

样本点的基础上以相同的增量变化(增量很小),那么



Fig. 15 Comparison of wheel / rail thrust angle in two states.

2017年,第44卷,第8期

α的值精确性提高,因为冲角变化很小,所以Δ u_i 的像素值变化很小。分别在图像中取Δ u_i =3,4,5,得到Δ v_i 在图像中心区域相应位置,代入 $\frac{\Delta u_i}{\Delta v_i} = \frac{1}{\tan \alpha}$ 计算得出对应的1/tanα,用系统进行9组实验,找出Δ u_i ,Δ v_i 分别对应的实际位移和检测位移,记录数据如表2所示。

由表中可以得出实际距离误差值为 0.1 mm~1.1 mm,而整幅图像中一个像素代表的实际距离为 1.836 mm,因此该误差仅为亚像素级别,对角度的测量影 响很小,系统每次完成一幅图像的检测时间大约 500 ms,检测速度较快,在工程应用中能够满足检测需求。



图 16 系统图像采集界面. Fig. 16 System image acquisition interface.

			icst icsuit		ary 515.			
Group number	Group 1	Group 2	Group 3	Group 4	Group 5	Group 6	Group 7	Group 8
Fit-slope 1/k	0.0121	0.0092	0.0103	0.0084	0.0106	0.0073	0.0152	0.0062
Left lateral coordinate	165	156	264	182	167	187	159	153
Attack angle/β	0.693	0.749	0.527	0.481	0.607	0.418	0.871	0.355
Test table settings	0.72	0.84	0.55	0.45	0.65	0.40	0.85	0.40
Absolute errors	0.027	-0.091	-0.023	0.031	0.043	0.018	-0.021	-0.055
Average error	-0.016							

表1 检测结果及误差分析. Na 1 Tast result and error analysis









图 18 图像中心区域. Fig. 18 Image center area.



Table 2 Nine group test and actual data.								
No.	$(\Delta u_i, \Delta v_i)$	$1/\tan \alpha$	Detect distance/mm	Actual distance/mm				
1	(3,265)	0.0113	102.4	103.00				
2	(3,275)	0.0109	103.7	103.00				
3	(3,269)	0.0111	102.7	103.00				
4	(4,402)	0.0099	163.5	163.00				
5	(4,396)	0.0101	162.8	163.00				
6	(4,406)	0.0098	164.1	163.00				
7	(5,466)	0.0107	195.9	196.00				
8	(5,471)	0.0106	196.6	196.00				
9	(5,475)	0.0105	197.1	196.00				

表2 9组检测和实际数据.

6 结 论

本文提出了一种基于图像检测的轮轨冲角检测方 法,该方法将与轮对运动方向共线的激光线照在轨面 上,通过图像检测分别获取激光线和轨道边缘线的位 置,并计算两者在图像中的角度,由此实现了轮轨冲 角的检测。通过仿真比较了不同工况下冲角变化情 况,实验结果表明,通过检测轨道面上激光线的位置 变化有效得出了机车车轮对轨道的冲角变化,且误差 小,原理简单,实验方法可行,但一些影响因素如光 照、外界振动等对实验结果的影响仍需进一步研究, 以增加系统的鲁棒性。此方法为后续进一步开展监测 列车运行的状态以完善列车运行的安全性机理奠定了 基础。

基金项目

国家自然科学基金项目(11372199, 51405313, 51208318);河北省自然科学基金项目(A2014210142)。

参考文献

- 1 肖新标.复杂环境状态下高速列车脱轨机理研究[D].成都:西南 交通大学,2013.
- 2 李呈祥.高速列车运行横移及侧滚姿态主动控制研究[D].北京: 北京交通大学, 2014.
- Chen Li. Computing method of the wheel-rail contact coordinate based on the wheel-rail expression[J]. Journal of Lanzhou Institute of Technology, 2015, 22(2): 19–22.
 程力.基于轮轨表达式的轮轨接触坐标计算方法[J]. 兰州工业学 院学报, 2015, 22(2): 19–22.
 陈建政.轮轨作用力和接触点位置在线测量理论研究[D].成都:
- 一 际处政, 把初门用刀件按脑点位直在式两重在比例无[U], 成年, 西南交通大学, 2008.
- 5 Gan Feng, Dai Huanyun. New wheel-rail contact point algorithm method based on the space vector mapping principle[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(10): 119–128. 干锋,戴焕云. 基于空间失量映射的新型轮轨接触点算法[J]. 机械 工程学报, 2015, 51(10): 119–128.
- 6 钟浩.基于改善轮轨接触状态的重载车轮型面优化[D].成都:西 南交通大学, 2014.
- 7 Polach O. Influence of wheel/rail contact geometry on the be-

havior of a railway vehicle at stability limit[C]// *Proceedings of the ENOC-2005*, Eindhoven, Netherlands, 2005: 2203–2210.

- 8 庞国斌, 吴成德, 李刚, 等. 机车轮轨冲角测试系统研究[J]. 内燃 机车, 2005(12): 16-19.
- 9 Koo J S, Choi S Y. Theoretical development of a simplified wheelset model to evaluate collision-induced derailments of rolling stock[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, **331**(13): 3172–3198.
- 10 Ma He, Zhang Jun, Zhang Xiujuan, et al. Influence of attack angle on wheel/rail contact of low-floor vehicles[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(24): 112–117. 马賀,张军,张秀娟,等. 冲角对低地板车辆轮轨接触状况的影响 [J]. 机械工程学报, 2015, 51(24): 112–117.
- 11 Li Guoshun, Jin Wei, Fan Rongwei. Research on the measurement system of the attack angle between wheel and rail based on image identification[J]. *China Railway Science*, 2005, **26**(5): 82–85. 李国顺, 金炜, 范荣巍. 基于图像识别的轮轨冲角测量系统研究[J].

中国铁道科学, 2005, **26**(5): 82-85.

- 12 肖绯雄, 史炎. 轮轨冲角测量装置的研究[J]. 内燃机车, 1997(2): 44-48.
- 13 Xiao Qian, Xu Hongxia, Cheng Di, *et al.* Creep characteristics of high-speed wheel-rail steady-state rolling contact under different attack angles[J]. *China Railway Science*, 2014, **35**(1): 60–66. 肖乾, 徐红霞, 成棣, 等. 不同轮轨冲角下高速轮轨稳态滚动接触 的蠕滑特性[J]. 中国铁道科学, 2014, **35**(1): 60–66.
- 14 张宇.数字图像梯形畸变校正算法研究与视频实时校正应用[D]. 合肥:安徽大学,2014.
- 15 Zheng Liying, He Mengmeng, Liu Jiao. Method for improving the generalized interpolated Fourier transform[J]. Applied Science and Technology, 2015, 42(3): 55–59, 64. 郑丽颖,何萌萌,刘娇. 改进的广义插值傅里叶变换方法[J]. 应用 科技, 2015, 42(3): 55–59, 64.
- 16 Jiang Chao, Niu Hongxia. Linear rail recognition algorithm based on improved radon transform[J]. *Railway Standard Design*, 2017, 61(4): 19–22. 蒋超, 牛宏侠. 基于改进 Radon 变换的直线钢轨识别算法[J]. 铁 道标准设计, 2017, 61(4): 19–22.
- 17 Easton R L Jr, Barrett H H. Tomographic transformations in optical signal processing[M]. New York: Academic Press, 1987: 335–386.
- 18 Shi Daming, Zheng Liying, Liu Jigang. Advanced Hough transform using a multilayer fractional Fourier method[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, **19**(6): 1558–1566.
- 19 Pan Wei, Qin Kaihuai, Chen Yao. An adaptable-multilayer fractional fourier transform approach for image registration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, **31**(3): 400–413.