



DOI: 10.12086/oe.2020.190591

## 汉克-贝塞尔光束在各向异性海洋湍流中轨道角动量传输特性分析

贺锋涛<sup>1</sup>, 房伟<sup>1</sup>, 张建磊<sup>1\*</sup>,  
杨祎<sup>1</sup>, 杜迎<sup>1</sup>, 张斌<sup>2</sup>

<sup>1</sup>西安邮电大学电子工程学院, 陕西 西安 710121;

<sup>2</sup>中国船舶重工集团第705研究所, 水下信息与控制重点实验室,  
陕西 西安 710077

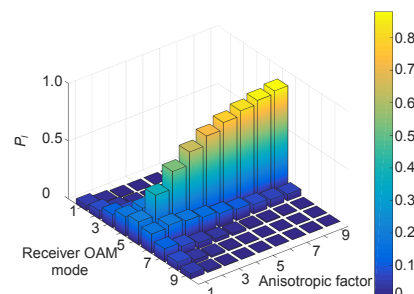
**摘要:** 基于 Rytov 近似理论, 分析了各向异性海洋湍流中汉克-贝塞尔(HB)光束的交叉谱密度, 研究了轨道角动量(OAM)模式探测概率、串扰概率及 HB 光束的螺旋相位谱, 建立了各向异性海洋湍流中 OAM 模式探测概率模型。结果表明, HB 光束在各向异性海洋湍流环境中发射 OAM 模式的探测概率高于在各向同性海洋湍流环境中的探测概率。并且随着各向异性因子的增大, 海洋湍流对发射 OAM 模式探测概率的影响减小, 串扰模式的探测概率也随之下降。

**关键词:** 各向异性海洋湍流; 汉克-贝塞尔光束; 轨道角动量; 螺旋相位谱; 光学涡旋

**中图分类号:** O439; P401

**文献标志码:** A

**引用格式:** 贺锋涛, 房伟, 张建磊, 等. 汉克-贝塞尔光束在各向异性海洋湍流中轨道角动量传输特性分析[J]. 光电工程, 2020, 47(6): 190591



## Analysis of the transmission characteristics of Hank-Bessel beam in anisotropic ocean turbulence

He Fengtao<sup>1</sup>, Fang Wei<sup>1</sup>, Zhang Jianlei<sup>1\*</sup>, Yang Yi<sup>1</sup>, Du Ying<sup>1</sup>, Zhang Bin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China;

<sup>2</sup>Key Laboratory of Underwater Information and Control, China Shipbuilding Industry Corporation 705 Research Institute, Xi'an, Shaanxi 710077, China

**Abstract:** Based on the Rytov approximation theory, we analyze the cross-spectral density of Hankel-Bessel (HB) beams in anisotropic ocean turbulence. In this paper, we study the orbital angular momentum (OAM) mode detection probability, the crosstalk probability and the spiral phase spectrum of the HB beam, and establish the OAM mode detection probability model in anisotropic ocean turbulence. The results show that the detection probability of the emission mode is decreased and the spiral phase spectrum is expanded due to the ocean turbulence. Furthermore, with the increase of anisotropy factor, the influence of ocean turbulence on the detection probability of HB beam becomes smaller. Meanwhile, with the increase of the temperature variance dissipation rate and the equilibrium

收稿日期: 2019-09-30; 收到修改稿日期: 2019-12-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61805199); 国防科技创新特区项目(18-H 863-01-ZT-001-004-02); 陕西省自然科学基金资助项目(2018JQ6065); 水下信息与控制国家重点实验室项目资助的课题(XK-01-61-KS-0176)

作者简介: 贺锋涛(1974-), 男, 博士, 副教授, 主要从事水下无线光通信、激光高分辨成像及激光散斑传感检测的研究。

E-mail: hefengtao@xupt.edu.cn

通信作者: 张建磊(1988-), 男, 博士, 主要从事三维成像与显示技术的研究。E-mail: zhangjianlei@xupt.edu.cn

版权所有©2020 中国科学院光电技术研究所

parameter, and the decrease of the dynamic energy dissipation rate, the influence of ocean turbulence on the orbital angular momentum transmission is increased.

**Keywords:** anisotropic ocean turbulence; Hank-Bessel beam; orbital angular momentum; orbital angular momentum spectrum; optical vortex

**Citation:** He F T, Fang W, Zhang J L, et al. Analysis of the transmission characteristics of Hank-Bessel beam in anisotropic ocean turbulence[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(6): 190591

## 1 引言

涡旋光束因为携带有轨道角动量(orbital angular momentum, OAM), 且 OAM 具有相互正交性, 因此利用 OAM 空域复用技术可以提高光通信信道容量。近年来, 涡旋光束在无线光通信中得到了研究人员的广泛关注。Ren 等<sup>[1]</sup>通过复用 4 个携带不同 OAM 模式的绿光实现了 40 Gbit/s 的链路。但光束在海洋中传输时, 海洋湍流对光束的传输特性产生影响, 导致相位畸变、模式串扰<sup>[2-3]</sup>。

基于 Nikishov<sup>[4]</sup>建立的海洋湍流折射率起伏空间功率谱, Cheng 等<sup>[5]</sup>研究了 Laguerre-Gaussian(LG)光束在各向同性海洋湍流中的传输特性, 分析了各向同性海洋湍流对 LG 光束轨道角动量模式探测概率的影响。Yin 等<sup>[6]</sup>研究了 Hankel-Bessel(HB)光束在各向同性海洋环境中螺旋相位谱受湍流的影响。此外, 其他学者对艾利光束<sup>[7]</sup>、部分相干 LG 光束<sup>[8]</sup>在各向同性海洋湍流中的传输特性进行了研究, 以及叠加光束在海洋湍流中的抗干扰特性<sup>[9-11]</sup>。但是上述研究都是基于各向同性的海洋湍流环境, 实际上海洋湍流环境由于地球自转的原因是各向异性的<sup>[12]</sup>, Huang 等<sup>[13]</sup>分析了各向异性海洋湍流中光束质量、平均光强, 讨论了光束初始相干度与抗湍流干扰之间的关系, Chen 等<sup>[14]</sup>研究了在各向异性海洋湍流中部分相干修正贝塞尔(partially coherent modified Bessel correlated, PCMBC)光束 OAM 模式与各向异性因子的关系, Li 等<sup>[15]</sup>研究了 Hermite-Gaussian(HG)光束 OAM 在各向异性海洋湍流的传输特性; 此外 HB 光束具有无衍射特性, 即通过一定传输距离后中心光斑、光强分布保持不变, 通过障碍物后可以重建横向强度分布<sup>[16-18]</sup>, 因此研究 HB 光束在各向异性海洋湍流的传输特性对海洋环境无线光通信链路有重要意义。目前, 关于各向异性海洋湍流中 HB 光束轨道角动量的传输特性的研究还未见报道。

本文首先基于 Rytov 近似理论推导了各向异性海洋湍流中 HB 光束的交叉谱密度; 数值模拟分析了在

各向异性海洋湍流和各向同性海洋湍流下 HB 光束发射 OAM 模式探测概率随传输距离的变化; 然后计算了 HB 光束在各向异性海洋湍流中的螺旋相位谱; 分析讨论了在不同各向异性因子下, 平衡参数、温度方差耗散率、动能耗散率与 OAM 模式探测概率的关系。

## 2 理论分析

### 2.1 各向异性海洋湍流模型

在 Markov<sup>[13]</sup>近似下, 各向异性海洋湍流中折射率波动空间谱模型为

$$\varphi_{an}(\kappa') = 0.388 \times 10^{-8} \varepsilon^{-1/3} \xi \chi_T(\kappa')^{-11/3} \left[ 1 + 2.35(\kappa'\eta)^{2/3} \right] \times \left[ \exp(-A_T \delta) + \omega^{-2} \exp(A_S \delta) - \omega^{-1} \exp(A_T \delta) \right], \quad (1)$$

其中:  $\xi$  为各向异性因子, 当  $\xi = 1$  时, 海洋湍流为各向同性;  $\kappa' = \xi \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}$  表示空间频率;  $\varepsilon$  是单位质量湍流动能耗散率, 取值范围是  $10^{-1} \text{ m}^2/\text{s}^3 \sim 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $\chi_T$  是温度方差耗散率, 取值范围是  $10^{-4} \text{ K}^2/\text{s} \sim 10^{-10} \text{ K}^2/\text{s}$ ;  $\eta$  是柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov)尺度;  $\omega$  是温度盐度平衡参数, 表征温度与盐度在功率谱中的比值, 取值范围是  $-5 \sim 0$ , 当  $\omega = -5$  时表示海洋湍流完全受温度影响, 当  $\omega = 0$  时表示海洋湍流完全受盐度影响。

$$A_T = 1.863 \times 10^{-2}; A_S = 1.9 \times 10^{-4}; A_T = 9.41 \times 10^{-3}; \delta = 8.284(\kappa'\eta)^{4/3} + 12.978(\kappa'\eta)^2.$$

### 2.2 HB 光束在各向异性海洋湍流中的传输特性

HB 光束在自由空间中传输的复振幅为<sup>[5]</sup>

$$M(\rho, z) = i^{3l_0+1} l_0! A_0 \sqrt{\frac{\pi}{2kz}} \exp \left[ i \left( kz - \frac{\pi l_0}{4} - \frac{\pi}{4} \right) + i l_0 \varphi \right] \times J_{l_0/2}(k\rho^2/4z), \quad (2)$$

其中:  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  是波长,  $l_0$  是 HB 光束的 OAM 模式数,  $A_0$  是光功率常数,  $J_m(x)$  是  $m$  阶第一类贝塞尔函数,  $\rho = (\rho, \varphi)$  是源平面二维位置矢量。

在弱湍流起伏区<sup>[19]</sup>, 经过海洋湍流后的 HB 光束复振幅为<sup>[5]</sup>

$$M(\rho, z) = M_{l_0}(\rho, z) \exp[\psi_1(\rho, z)], \quad (3)$$

其中  $\psi_1(\rho, z)$  是各向异性海洋湍流对 HB 光束产生的相

位扰动。在各向异性海洋湍流环境中，HB 光束的交叉谱密度为<sup>[5]</sup>

$$W(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}', z) = \langle M(\boldsymbol{\rho}, z) M(\boldsymbol{\rho}', z) \rangle \approx M_{l_0}(\boldsymbol{\rho}, z) M_{l_0}^*(\boldsymbol{\rho}', z) \times \langle \exp[\psi_1(\boldsymbol{\rho}, z) + \psi_1^*(\boldsymbol{\rho}', z)] \rangle, \quad (4)$$

其中：“\*”为复数共轭符号， $\langle \cdot \rangle$ 是对各向异性海洋湍流的系综平均<sup>[15]</sup>。

利用 Rytov 相位结构函数二次近似可得：

$$\langle \exp[\psi_1(\boldsymbol{\rho}, z) + \psi_1^*(\boldsymbol{\rho}', z)] \rangle \approx \exp[-(\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')) / \rho_{oc-\xi}], \quad (5)$$

其中  $\rho_{oc-\xi}$  是各向异性海洋湍流球面波的空间相干长度，其表达式为<sup>[13]</sup>

$$\rho_{oc-\xi} = \left[ \frac{\pi^2 k z}{3} \xi^{-4} \int_0^\infty \kappa^3 \varphi_{an}(\kappa) d\kappa \right]^{-1/2}. \quad (6)$$

将式(1)代入式(6)，可得相干长度为

$$\rho_{oc-\xi} = \xi |\omega| \left[ 1.802 \times 10^{-7} k^2 z (\varepsilon \eta)^{-1/3} \right]^{-1/2} \cdot \left[ \chi_T (0.483 \omega^2 - 0.835 \omega + 3.380) \right]^{-1/2}. \quad (7)$$

### 2.3 螺旋相位谱分析

HB 光束在海洋中传输时，由于各向异性海洋湍流的影响，会使发射 OAM 模式的能量扩散到其他 OAM 模式上，产生新的 OAM 模式，这种现象称为模式串扰，会致使在接收端检测到的发射 OAM 模式概率降低。此时，忽略各向异性海洋湍流引起的光束扩展，通过对 HB 光束基模的叠加可得到接收端 HB 光束，即：

$$M(\boldsymbol{\rho}, z) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l(\boldsymbol{\rho}, z) \exp(il\varphi), \quad (8)$$

其中  $a_l(\boldsymbol{\rho}, z)$  为不同模式的系数。对  $a_l(\boldsymbol{\rho}, z)$  求系综平均可得到 HB 光束 OAM 模式概率密度为

$$\begin{aligned} \langle |a_l(\boldsymbol{\rho}, z)|^2 \rangle &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} M_{l_0}(\boldsymbol{\rho}, \varphi, z) \\ &\cdot M_{l_0}^*(\boldsymbol{\rho}', \varphi', z) \exp[-il(\varphi - \varphi')] \\ &\cdot \langle \exp[\psi_1(\boldsymbol{\rho}, \varphi, z) + \psi_1^*(\boldsymbol{\rho}', \varphi', z)] \rangle d\varphi d\varphi'. \end{aligned} \quad (9)$$

将式(5)代入式(9)可得：

$$\begin{aligned} \langle |a_l(\boldsymbol{\rho}, z)|^2 \rangle &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} M_{l_0}(\boldsymbol{\rho}, \varphi, z) M_{l_0}^*(\boldsymbol{\rho}', \varphi', z) \\ &\cdot \exp[-(\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')) / \rho_{oc-\xi}] \\ &\cdot \exp[-il(\varphi - \varphi')] d\varphi d\varphi'. \end{aligned} \quad (10)$$

将式(2)代入式(10)，并利用积分关系<sup>[20]</sup>：

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \exp[-in\varphi_1 + \eta \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] d\varphi_1 \\ = 2\pi \exp(-in\varphi_2) I_n(\eta). \end{aligned} \quad (11)$$

OAM 模式概率密度的解析表达式为

$$\begin{aligned} \langle |a_l(\boldsymbol{\rho}, z)|^2 \rangle &= \frac{\pi}{2kz} (l_0! A_0)^2 \left| J_{l_0/2} \left( \frac{k\rho^2}{4z} \right) \right|^2 \\ &\cdot \exp \left( -\frac{2\rho^2}{\rho_{oc-\xi}^2} \right) I_{l-l_0} \left( \frac{2\rho^2}{\rho_{oc-\xi}^2} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

式(11)和式(12)中， $I_n(\eta)$  是  $n$  阶第一类修正贝塞尔函数。

当 HB 光束轨道角动量模式为  $l$  时，接收处的螺旋谐波能量为

$$\begin{aligned} E_l(z) &= \int_0^R \frac{\pi}{2kz} (l_0! A_0)^2 \left| J_{l_0/2} \left( \frac{k\rho^2}{4z} \right) \right|^2 \\ &\cdot \exp \left( -\frac{2\rho^2}{\rho_{oc-\xi}^2} \right) I_{l-l_0} \left( \frac{2\rho^2}{\rho_{oc-\xi}^2} \right) \rho d\rho, \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $R$  为光束的接收孔径。模式数为  $l$  的 OAM 探测概率  $P_l(z)$  为

$$P_l(z) = \frac{E_l(z)}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} E_m(z)}, \quad (14)$$

其中  $\sum_{m=-\infty}^{\infty} E_m(z)$  为所有 OAM 模式在接收端的能量总和。当  $l=l_0$ ， $P_{l_0}(z)$  是发射模式  $l_0$  的探测概率。

## 3 数值模拟分析

基于上述理论，数值模拟了各向异性海洋湍流中 HB 光束发射 OAM 模式探测概率、串扰模式概率和螺旋相位谱的分布变化。仿真中的参数设置为：取波长  $\lambda=532 \text{ nm}$ ，Kolmogorov 尺度  $\eta=10^{-3} \text{ m}$ ，光功率  $A_0=10$ ，接收孔径  $R=3 \text{ cm}$ ，传输距离  $z=50 \text{ m}$ 。

图 1 给出了 HB 光束发射 OAM 模式以及串扰模式探测概率，随传输距离  $z$  的变化曲线。其中，HB 光束发射 OAM 模式  $l_0=1$ ，海洋湍流参数为：温度方差耗散率  $\chi_T=10^{-7} \text{ K}^{-2}/\text{s}$ ，湍流动能耗散率  $\varepsilon=10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ ，平衡参数  $\omega=-4$ 。图 1(a)为基于各向同性海洋湍流折射率功率谱得到的 OAM 模式探测概率，图 1(b)、1(c)、1(d)为各向异性海洋湍流折射率功率谱得到的 OAM 模式探测概率，各向异性因子  $\xi$  分别取 1、2、3。图 1 表明，随着传输距离  $z$  的增加，HB 光束发射 OAM 模式的探测概率逐渐下降，而串扰模式探测概率逐渐增加。可以看出，图 1(a)的结果与图 1(b)结果相同，即当各向异性因子  $\xi=1$  时，各向异性海洋湍流转化为各向同性湍流。图 1 可以发现发射 OAM 模式在各向同性海洋湍流中的探测概率明显小于在各向异性海洋湍流中的探测概率。这表明各向同性海洋湍

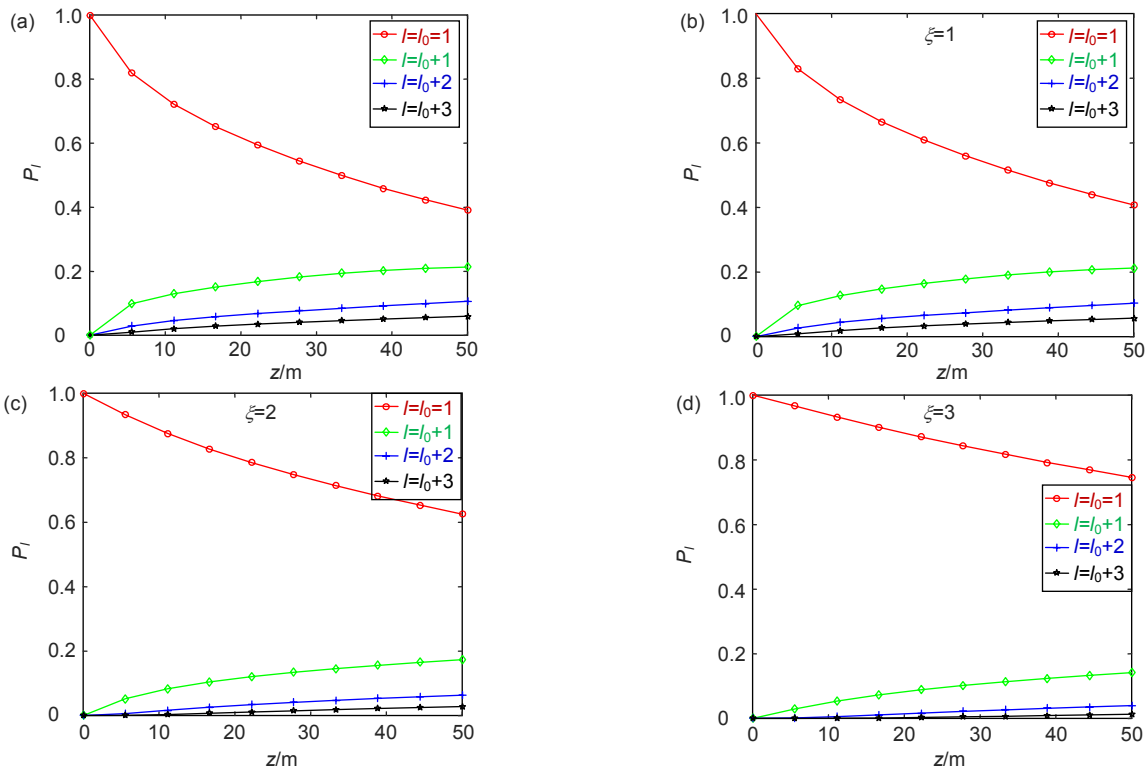


图 1 OAM 模式为 1 的 HB 光束在不同的各向异性海洋湍流中, OAM 模式的探测概率随传输距离  $z$  的变化曲线

Fig. 1 The variation of the detecting probability of OAM modes with the transmission distance of HB beam in different anisotropic ocean turbulence

洋湍流对 HB 光束 OAM 模式的影响更为严重, 并且在各向异性海洋湍流中, 随着各向异性因子的增大, 湍流导致的模式串扰减小, 发射 OAM 模式的探测概率随距离增大时下降得更为缓慢。

图 2 给出了 OAM 模式  $l_0=5$  的 HB 光束, 在传输距离  $z=50$  m 处, 温度方差耗散率  $\chi_T=10^{-7} \text{K}^{-2}/\text{s}$ , 湍流动能耗散率  $\varepsilon=10^{-3} \text{m}^2/\text{s}$ , 平衡参数  $\omega=-4$ , 不同各向异性因子下 HB 光束的螺旋相位谱, 可以更清楚地看出, 随着各向异性因子增大, 接收端探测到的发射

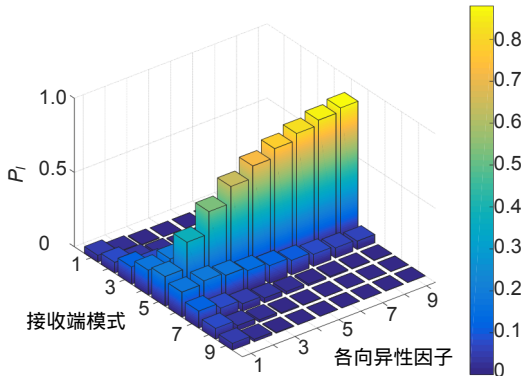


图 2 OAM 发射模式  $l_0=5$ , 传输距离为  $z=50$  m, HB 光束的螺旋相位谱

Fig. 2 OAM spectra of HB vortex beam for  $l_0=5$  with propagation distance  $z=50$  m

OAM 模式的概率越大, 串扰模式的探测概率越小, HB 光束受湍流的影响越小, 如接收端 OAM 模式  $l_0=5$  在  $\xi=3$  时的探测概率明显大于  $\xi=1$  时的探测概率。

图 3、4、5 分析了不同各向异性因子下 OAM 模式  $l_0=1$  的 HB 光束的探测概率随不同平衡参数  $\omega$ 、温度方差耗散率  $\chi_T$ 、湍流动能耗散率  $\varepsilon$  的变化曲线。图 3 为温度耗散率  $\chi_T=10^{-7} \text{K}^{-2}/\text{s}$ , 动能耗散率  $\varepsilon=10^{-3} \text{m}^2/\text{s}$ , 平衡参数  $\omega$  取 -4.5、-3.5 和 -2.5 时, 发射 OAM 模式的探测概率随传输距离  $z$  的变化。图 3(a)、3(b) 分别是基于各向同性海洋湍流折射率功率谱和各向异性海洋湍流折射率得到的发射 OAM 模式探测概率, 图 3(b) 中当各向异性因子取  $\xi=1$  时, 与图 3(a) 中发射 OAM 模式探测概率曲线一致, 随着  $\omega$  增大, OAM 模式探测概率越小。平衡参数  $\omega$  定义为温度与盐度对海洋湍流变化贡献的比值,  $\omega$  的值越接近 0, 盐度对湍流的贡献越大, 此时  $\rho_{oc-\xi}$  值很小, 海洋湍流导致的模式串扰也更严重。所以, 盐度波动为主的海洋湍流对 HB 光束的影响更大。更重要的是, 图 3(b) 表明,  $\omega$  的值恒定时, 随着各向异性因子的增大, OAM 模式的探测概率明显增大。

图 4 为温度耗散率  $\chi_T=10^{-7} \text{K}^{-2}/\text{s}$ , 平衡参数



$\omega = -4$ , 动能耗散率  $\varepsilon$  取  $10^{-1} \text{ m}^2/\text{s}^3$  和  $10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}^3$  时, 发射 OAM 模式的探测概率随传输距离  $z$  的变化, 图 4(a)、4(b) 分别是基于各向同性海洋湍流折射率功率谱和各向异性海洋湍流折射率得到的发射 OAM 模式探测概率, 同样可以看出, 各向异性因子  $\xi=1$  时, 与基于各向同性海洋湍流功率谱得到的结果相同, 发射 OAM 模式的探测概率随着动能耗散率的增大而增大。因为  $\chi_T$  一定时,  $\varepsilon$  的取值越大,  $\rho_{oc,\xi}$  的值也越大, 发射 OAM 模式的探测概率也就越高。同时也可以得到, 当  $\varepsilon$  恒定

时, 随着各向异性因子的增大, OAM 模式探测概率受海洋湍流的影响显著减小。

图 5 为平衡参数  $\omega = -4$ , 动能耗散率  $10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}^3$ , 温度耗散率  $\chi_T$  取  $5 \times 10^{-7} \text{ K}^2/\text{s}$  和  $1 \times 10^{-6} \text{ K}^2/\text{s}$  时, 在不同各向异性因子海洋湍流中发射 OAM 模式的探测概率随传输距离  $z$  的变化。图 5(a)、5(b) 分别是基于各向同性海洋湍流折射率功率谱和各向异性海洋湍流折射率得到的发射 OAM 模式探测概率。可以看出, 各向异性因子恒定时, 发射 OAM 模式的探测概率随着温度

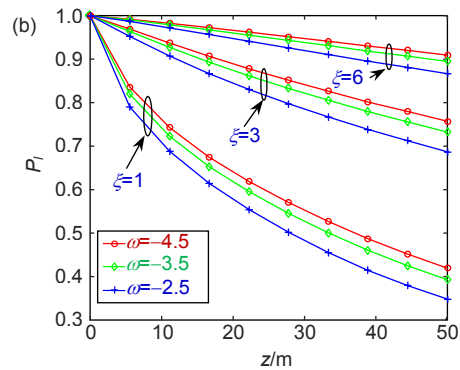
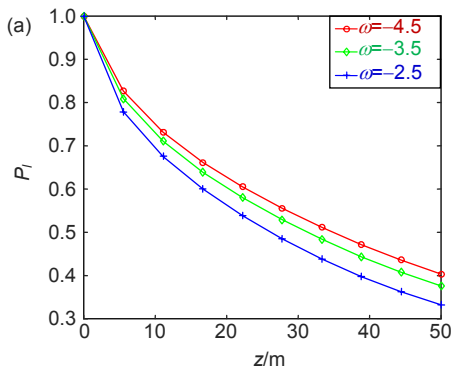


图 3 各向异性因子  $\xi$  分别为 1、3、6, 不同的  $\omega$  时, 发射 OAM 模式的探测概率随  $z$  的变化曲线  
Fig. 3 Detection probability of launch OAM mode against  $z$  for different  $\xi$  and  $\omega$

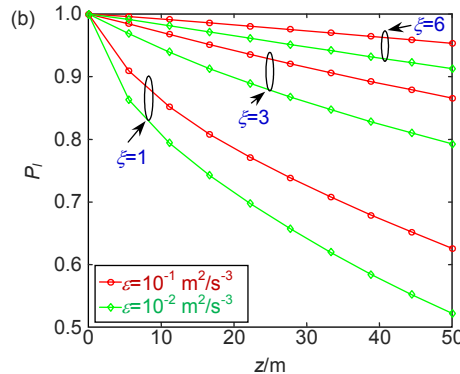
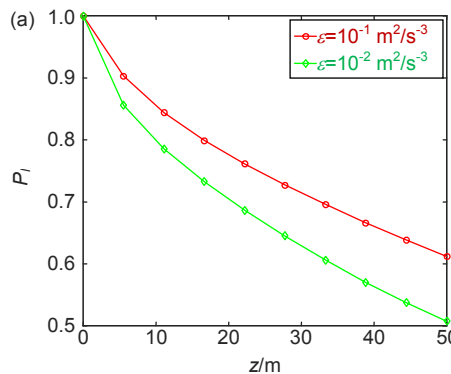


图 4 各向异性因子  $\xi$  分别为 1、3、6, 不同的  $\varepsilon$  时, 发射 OAM 模式的探测概率随  $z$  的变化曲线  
Fig. 4 Detection probability of launch OAM mode against  $z$  for different  $\xi$  and  $\varepsilon$

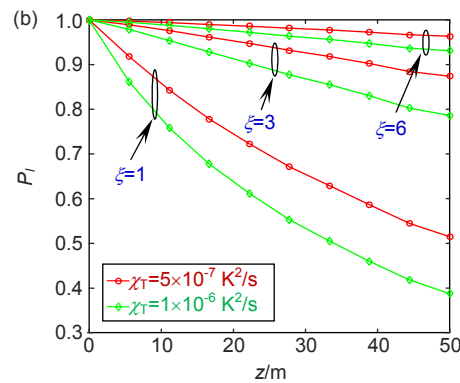
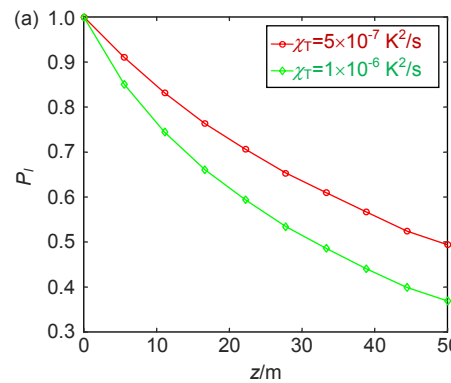


图 5 各向异性因子  $\xi$  分别为 1、3、6, 不同的  $\chi_T$  时, 发射 OAM 模式的探测概率随  $z$  的曲线变化  
Fig. 5 Detection probability of launch OAM mode against  $z$  for different  $\xi$  and  $\chi_T$

方差耗散率的增大而减小。原因是 $\varepsilon$ 一定时, $\chi_T$ 的取值越大, $\rho_{oc-\xi}$ 的值反而越小,海洋湍流对 HB 光束的带来的负面影响越严重,因此模式串扰越严重,发射 OAM 模式的探测概率也就越小。更为重要的是,改变各向异性因子对 OAM 模式探测概率的影响更大。

从图 3、4、5 中可以观察到,探测概率随着平衡参数 $\omega$ 、温度耗散率 $\chi_T$ 的增大而减小,随着动能耗散率 $\varepsilon$ 的增大而增大。更重要的是,当 $\omega$ 、 $\varepsilon$ 、 $\chi_T$ 一定时,随着各向异性因子 $\xi$ 的增大,发射 OAM 模式探测概率明显增大。这表明 HB 光束在各向异性海洋环境中传输受湍流的影响明显小于在各向同性的海洋中传输所受到的影响,并且各向异性因子越大,发射 OAM 模式的探测概率越大,海洋湍流产生的模式串扰越小。

## 4 结论

本文首先介绍了各向异性海洋湍流的折射率空间谱模型,在此基础上推导了在各向异性海洋湍流中 HB 光束的空间相干长度,分析得到各向异性海洋湍流中 HB 光束交叉谱密度,从而得到各向异性海洋湍流中 HB 光束 OAM 模式探测概率数学模型;数值模拟了在各向异性海洋湍流下 HB 光束 OAM 模式探测概率、串扰概率以及螺旋相位谱分布,并验证了各向异性海洋湍流谱中 $\xi=1$ 时,湍流对 HB 光束的影响与各向同性湍流谱的结果一致。结果表明,随着温度方差耗散率、平衡参数的增加,以及动能耗散率的减小,接收端模式串扰加重,发射 OAM 模式的探测概率减小,螺旋相位谱扩展严重;进一步发现,随着各向异性因子的增大,海洋湍流对 HB 光束的模式串扰影响减小,发射 OAM 模式的探测概率和螺旋相位谱的扩展有显著的改善。本研究结果为海洋无线光通信系统的性能估计提供一定参考价值。

## 参考文献

- [1] Ren Y X, Li L, Wang Z, et al. Orbital angular momentum-based space division multiplexing for high-capacity underwater optical communications[J]. *Scientific Reports*, 2016, **6**(8): 33306.
- [2] Baykal Y. Intensity fluctuations of multimode laser beams in underwater medium[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, **32**(4): 593–598.
- [3] Wu Y Q, Zhang Y X, Li Y, et al. Beam wander of Gaussian-Schell model beams propagating through oceanic turbulence[J]. *Optics Communications*, 2016, **371**: 59–66.
- [4] Nikishov V V, Nikishov V I. Spectrum of turbulent fluctuations of the sea-water refraction index[J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2000, **27**(1): 82–98.
- [5] Cheng M J, Guo L X, Li J T, et al. Propagation of an optical vortex carried by a partially coherent Laguerre-Gaussian beam in turbulent ocean[J]. *Applied Optics*, 2016, **55**(17): 4642–4648.
- [6] Yin X L, Guo Y L, Yan H, et al. Analysis of orbital angular momentum spectra of Hankel-Bessel beams in channels with oceanic turbulence[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, **67**(11): 114201.  
尹霄丽, 郭翊麟, 闫浩, 等. 汉克-贝塞尔光束在海洋湍流信道中的螺旋相位谱分析[J]. *物理学报*, 2018, **67**(11): 114201.
- [7] Liu H L, Hu Z H, Xia J, et al. Generation of non-diffracting beam and its application[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, **67**(21): 214204.  
刘会龙, 胡总华, 夏菁, 等. 无衍射光束的产生及其应用[J]. *物理学报*, 2018, **67**(21): 214204.
- [8] Lu L, Ji X L, Baykal Y. Wave structure function and spatial coherence radius of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence[J]. *Optics Express*, 2014, **22**(22): 27112–27122.
- [9] Kotlyar V V, Kovalev A A, Soifer V A. Superpositions of asymmetrical Bessel beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, **32**(6): 1046–1052.
- [10] Yousefi M, Golmohammady S, Mashal A, et al. Analyzing the propagation behavior of scintillation index and bit error rate of a partially coherent flat-topped laser beam in oceanic turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, **32**(11): 1982–1992.
- [11] Ke X Z, Xu J Y. Interference and detection of vortex beams with orbital angular momentum[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, **43**(9): 192–197.  
柯熙政, 胥俊宇. 涡旋光束轨道角动量干涉及检测的研究[J]. *中国激光*, 2016, **43**(9): 192–197.
- [12] Li Y, Zhang Y X, Zhu Y, et al. Effects of anisotropic turbulence on average polarizability of Gaussian Schell-model quantized beams through ocean link[J]. *Applied Optics*, 2016, **55**(19): 5234–5239.
- [13] Huang X W, Deng Z X, Shi X H, et al. Average intensity and beam quality of optical coherence lattices in oceanic turbulence with anisotropy[J]. *Optics Express*, 2018, **26**(4): 4786–4797.
- [14] Chen M Y, Zhang Y X. Effects of anisotropic oceanic turbulence on the propagation of the OAM mode of a partially coherent modified Bessel correlated vortex beam[J]. *Waves in Random and Complex Media*, 2019, **29**(4): 694–705.
- [15] Li Y, Yu L, Zhang Y X. Influence of anisotropic turbulence on the orbital angular momentum modes of Hermite-Gaussian vortex beam in the ocean[J]. *Optics Express*, 2017, **25**(11): 12203–12215.
- [16] Wu G H, Tong C M, Cheng M J, et al. Superimposed orbital angular momentum mode of multiple Hankel-Bessel beam propagation in anisotropic non-Kolmogorov turbulence[J]. *Chinese Optics Letters*, 2016, **14**(8): 080102.
- [17] Zhu Y, Liu X J, Gao J, et al. Probability density of the orbital angular momentum mode of Hankel-Bessel beams in an atmospheric turbulence[J]. *Optics Express*, 2014, **22**(7): 7765–7772.
- [18] Doster T, Watnik A T. Laguerre-Gauss and Bessel-Gauss beams propagation through turbulence: analysis of channel efficiency[J]. *Applied Optics*, 2016, **55**(36): 10239–10246.
- [19] Yan X, Guo L X, Cheng M J, et al. Probability density of orbital angular momentum mode of autofocusing Airy beam carrying power-exponent-phase vortex through weak anisotropic atmosphere turbulence[J]. *Optics Express*, 2017, **25**(13): 15286–15298.
- [20] Jeffrey A, Zwillinger D. *Table of Integrals, Series, and Products*[M]. 7th ed. Beijing: Academic Press, 2007: 485–509.

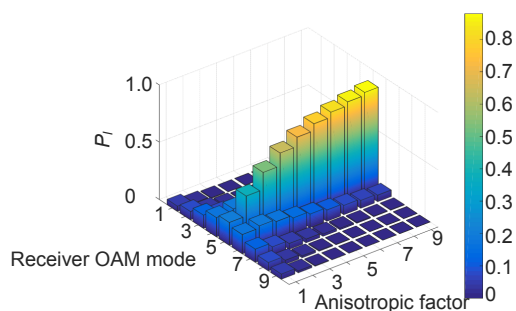
# Analysis of the transmission characteristics of Hank-Bessel beam in anisotropic ocean turbulence

He Fengtao<sup>1</sup>, Fang Wei<sup>1</sup>, Zhang Jianlei<sup>1\*</sup>, Yang Yi<sup>1</sup>, Du Ying<sup>1</sup>, Zhang Bin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China;

<sup>2</sup>Key Laboratory of Underwater Information and Control,

China Shipbuilding Industry Corporation 705 Research Institute, Xi'an, Shaanxi 710077, China



OAM spectra of HB vortex beam for  $l_0=5$  with propagation distance  $z=50$  m

**Overview:** The orbital angular momentum (OAM) is carried to Hank-Bessel (HB) vortex beam, and the HB vortex beam has non-diffracting nature and self-focusing properties, for instance, it does not change without diffracting propagation. Lateral intensity distribution can be reconstructed when the HB beam encounter obstacles. With the development of underwater wireless optical communication (UOWC) technology, the OAM-carrying beam is used to study high-capacity and ultra-high-speed underwater wireless optical communication. Different OAM modes are orthogonal to each other, and the channel capacity of the underwater wireless optical communication link can be improved by using the orbital angular momentum spatial multiplexing technique. Consequently, HB vortex beams can be used as the carriers to increase the channel capacity of information transmission. However, due to the rotation of the earth, the OAM mode crosstalk of the vortex beam is caused by the anisotropic ocean turbulence when the beam is transmitted in ocean. The effects include beam point jitter, intensity and phase fluctuation and damage beam pattern. Thereby, the detection probability of transmitting OAM is reduced, and the error rate of the underwater wireless optical communication link is increased. Therefore, in this paper, the spiral phase spectrum of the HB vortex beam in an anisotropic ocean turbulent channel is studied. Firstly, based on the Rytov approximation theory, the cross-spectral density of HB beams in anisotropic ocean turbulence is analyzed, and the influence of anisotropic ocean turbulence on HB beam propagation is studied. An OAM crosstalk model of HB beam in anisotropic ocean turbulence is established by analyzing the spiral phase spectrum of HB beams in anisotropy ocean turbulence. The relationship between mode crosstalk and equilibrium parameters, temperature variance dissipation rate, dynamic energy dissipation rate is discussed, and compared with the transmission characteristics of HB beams in isotropic ocean turbulence. The results show that the detection probability of the emission mode is decreased and the spiral phase spectrum is expanded due to the ocean turbulence. Furthermore, with the increases of anisotropy factor, the influence of ocean turbulence on the detection probability of HB beam becomes smaller. Meanwhile, with the increase of the temperature variance dissipation rate and the equilibrium parameter, and the decrease of the dynamic energy dissipation rate, the influence of ocean turbulence on the orbital angular momentum transmission is increased. In the same way, with the increase of the temperature variance dissipation rate and the equilibrium parameter, and the decrease of the dynamic energy dissipation rate, the spatial coherence length in oceanic turbulence decreases is increased. Moreover, OAM mode detection probability, the crosstalk probability and the spiral phase spectrum of the HB beam are more negatively affected by ocean turbulence dominated by salinity fluctuations.

**Citation:** He F T, Fang W, Zhang J L, *et al.* Analysis of the transmission characteristics of Hank-Bessel beam in anisotropic ocean turbulence[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(6): 190591

Supported by National Natural Science Foundation of China (61805199), the National Defense Innovation Special Zone Project of Science and Technology of China (18-H 863-01-ZT-001-004-02), the National Natural Science Foundation of Shaanxi (2018JQ6065), and National Key Laboratory Project of Underwater Information and Control (XK-01-61-KS-0176).

\* E-mail: zhangjianlei@xupt.edu.cn